

Paket 3**DALIL PYTHAGORAS****Pendahuluan**

Pada paket 3 ini, dibahas tentang dalil Pythagoras yang difokuskan pada penemuan, pembuktian dan penerapannya pada pemecahan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan dalil ini. Konsep dalil Pythagoras yang akan dipelajari berkaitan dengan konsep bangun datar segitiga yang telah dibahas pada paket sebelumnya terutama tentang segitiga siku-siku.

Pada awal perkuliahan, mahasiswa-mahasiswi dimotivasi untuk mempelajari dalil Pythagoras dengan mengajukan pertanyaan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan dalil Pythagoras, misalnya bagaimana menemukan tinggi suatu tembok, sedangkan kita tidak mungkin mengukurnya langsung. Setelah dosen menyampaikan tujuan dan langkah-langkah perkuliahan, kelas dibagi menjadi 6 kelompok. Kemudian setiap kelompok membaca uraian materi. Karena paket ini terdiri dari 3 bagian, yaitu menemukan, membuktikan, dan menerapkan, maka kelompok 1 dan 2 mendiskusikan penemuan dalil Pythagoras dengan media LK 3.1A. Kelompok 3 dan 4 mendiskusikan pembuktian dalil Pythagoras dengan media LK 3.1B dan kelompok 5 dan 6 mendiskusikan penerapan dalil Pythagoras dengan media LK 3.1C. Selanjutnya, dosen memberikan penguatan tentang dalil Pythagoras. Kemudian mahasiswa-mahasiswi mengerjakan latihan.

Penyiapan LCD dan komputer cukup penting dalam perkuliahan ini untuk mengefektifkan perkuliahan karena ada media power point. Apabila tidak tersedia LCD, dosen dapat menggunakan OHP atau media lain yang tersedia. Mahasiswa-mahasiswi sebaiknya disarankan untuk membaca uraian materi terlebih dahulu.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan



Kompetensi Dasar

Setelah mengikuti perkuliahan ini mahasiswa-mahasiswi mampu menerapkan dalil Pythagoras dalam pemecahan masalah sehari-hari.

Indikator

Pada akhir perkuliahan mahasiswa-mahasiswi diharapkan dapat:

1. menemukan dalil Pythagoras,
2. membuktikan dalil Pythagoras,
3. menggunakan dalil Pythagoras untuk menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku, dan
4. menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan dalil Pythagoras.

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

1. Dalil Pythagoras
 - a. menemukan dalil Pythagoras
 - b. membuktikan dalil Pythagoras
2. Panjang sisi segitiga siku-siku
 - a. menentukan panjang sisi segitiga siku-siku
 - b. menentukan jenis segitiga
3. Penerapan dalil Pythagoras

Kelengkapan Bahan Perkuliahan

1. Lembar Kegiatan 3.1A, 3.1B dan 3.1C
2. Lembar Uraian Materi 3.2
3. Lembar *PowerPoint* 3.3
4. Lembar Penilaian 3.4
5. Alat: LCD dan komputer (disiapkan dosen sendiri).
6. Penggaris, kertas HVS, gunting, kalkulator

Langkah-Langkah Perkuliahan

Waktu	Langkah Perkuliahan	Metode	Bahan
15'	Kegiatan Awal		
5'	1. Apersepsi: mengajukan pertanyaan kepada mahasiswa-mahasiswi, "Apakah mereka pernah menemui masalah-masalah seperti ini." a. Bagaimana menemukan tinggi suatu tembok, sedangkan kita tidak mungkin mengukurnya langsung? b. Bagaimana cara menentukan garis-garis suatu lapangan bola voly benar siku-siku?	Ceramah dan Tanya Jawab	Lembar <i>PowerPoint</i> 4.3
5'	2. Motivasi berdasarkan jawaban mahasiswa-mahasiswi terhadap pertanyaan di atas dan menegaskan bahwa permasalahan seperti ini akan dapat diselesaikan dengan menerapkan dalil Pythagoras	Tanya Jawab	
5'	3. Menjelaskan tujuan pembelajaran	Ceramah	Lembar <i>PowerPoint</i> 3.3
120'	Kegiatan Inti		
5'	1. Pembentukan 6 kelompok: a. Dosen menyampaikan 6 daftar kelompok (kelompok dibuat secara heterogen dengan memperhatikan keseimbangan gender). b. Mahasiswa-mahasiswi membentuk kelompok sesuai dengan daftar kelompok		
5'	2. Dosen membagikan LK 3.1A untuk kelompok 1 dan 2, LK 3.1B untuk kelompok 3 dan 4, dan LK 3.1C untuk kelompok 5 dan 6.		
20'	3. Mahasiswa-mahasiswi mengerjakan LK sesuai dengan tugasnya masing-masing.	Diskusi kelompok	LK 3.1A LK 3.1B LK 3.1C
10'	4. Kelompok 1 mempresentasikan hasil kerjanya, sedangkan kelompok lain menanggapi.	Presentasi	Hasil diskusi LK 3.1A
10'	5. Dosen memberi penguatan tentang menemukan rumus dalil Pythagoras,.	Ceramah dan tanya	Lembar <i>PowerPoint</i>

10'	6. Kelompok 4 mempresentasikan hasil kerja kelompoknya dan kelompok yang lain memperhatikan.	jawab Presentasi	3.3 Hasil diskusi LK 3.1B
10'	7. Dosen memberikan penguatan tentang pembuktian dalil Pythagoras	Ceramah dan tanya jawab	Lembar <i>PowerPoint</i> 3.3
10'	8. Kelompok 6 mempresentasikan hasil kerja kelompoknya dan kelompok yang lain memperhatikan	Presentasi	Hasil diskusi LK 3.1B
10'	9. Dosen memberikan penguatan tentang penerapan dalil Pythagoras	Ceramah dan tanya jawab	Lembar <i>PowerPoint</i> 3.3
10'	10. Mahasiswa-mahasiswi mengerjakan latihan	Kerja Individu	Soal latihan di lembar uraian materi 3.2
20'	11. Mahasiswa-mahasiswi mengerjakan lembar penilaian 3.4	Kerja individu	Lembar Penilaian 3.4
5'	Kegiatan Akhir 1. Mahasiswa-mahasiswi merefleksi proses pembelajaran	Kerja individu	
2'	Kegiatan Tindak Lanjut 1. Tiap mahasiswa-mahasiswi diminta membaca materi tentang dalil Pythagoras.	Kerja individu	
8'	2. Mahasiswa-mahasiswi diminta menerapkan dalil Pythagoras untuk memecahkan 2 masalah sehari-hari.	Kerja individu	

Lembar Kegiatan 3.1A



Penemuan Dalil Pythagoras

Tujuan

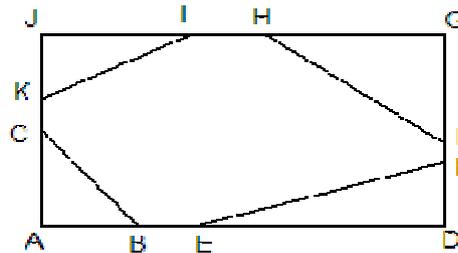
Mahasiswa-mahasiswi diharapkan mampu menemukan dalil Pythagoras

Alat dan bahan

- Kertas HVS
- Penggaris
- Alat tulis
- Kalkulator

Pertanyaan Diskusi

1. Gambarlah segitiga siku-siku pada pojok-pojok kertas HVS dengan bentuk dan ukuran yang berbeda-beda, misalnya seperti gambar berikut ini

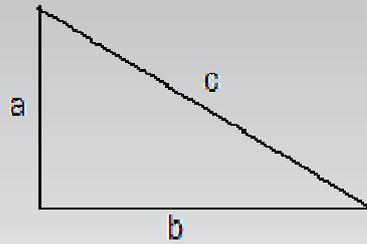


2. Untuk masing-masing segitiga, ukurlah panjang sisi-sisinya, dan catat pada tabel di bawah ini. Sisi siku-siku pada kolom a dan b, sedangkan sisi miring pada kolom c.
3. Lengkapilah tabel dengan menghitung dan mengisikan pada kolom yang tepat untuk a^2 , b^2 , $a^2 + b^2$ dan c^2 .

Segitiga	Sisi siku-siku		Sisi miring	Kuadrat sisi siku-siku		Jumlah kuadrat sisi siku-siku	Kuadrat sisi miring
	a	b	c	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	c^2
ABC							
DEF							
GHI							
JKL							

4. Dari tabel di atas amati bagaimana hubungan antara $a^2 + b^2$ dan c^2 .

5. Perhatikan gambar berikut:



Jika suatu segitiga siku-siku panjang sisimiringnya c, dan sisi siku-sikunya a dan b maka berlaku

$$\dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Lembar Kegiatan 3.1b



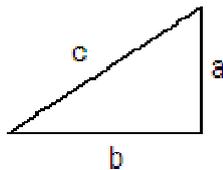
Pembuktian Dalil Pythagoras

Tujuan

Mahasiswa-mahasiswi diharapkan mampu membuktikan dalil Pythagoras.

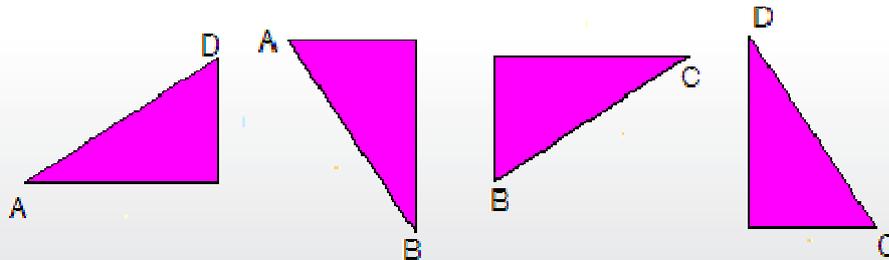
Alat dan bahan

- Kertas HVS
- Penggaris
- Alat tulis
- Gunting

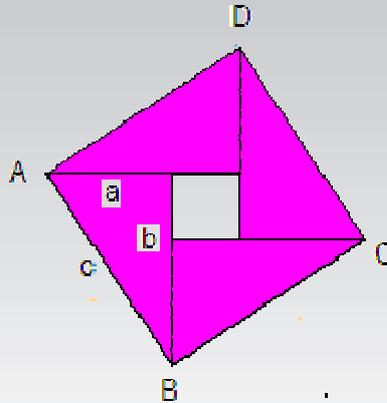
Langkah Kegiatan

Akan dibuktikan bahwa pada segitiga siku-siku maka $a^2 + b^2 = c^2$

1. Buatlah empat segitiga siku-siku yang sama. Kemudian guntinglah!



2. Susunlah keempat segitiga ini dapat menjadi persegi ABCD dengan lubang di tengah berbentuk persegi.



3. Amatilah hubungan antara persegi luar, keempat segitiga, dan persegi dalam adalah

Luas = 4 x luas + luas *)

Persegi luar dengan panjang sisinya c , maka luasnya =

Segitiga siku-siku dengan sisi siku-sikunya a dan b , maka luasnya =

Persegi dalam dengan panjang sisinya $b - a$, maka luasnya =

Substitusikan tiga hasil terakhir pada persamaan *) akan diperoleh

$$\begin{aligned} \dots &= 4 \times \dots + \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

4. Jadi terbukti bahwa = +

Lembar Kegiatan 3.1C**Penerapan Dalil Pythagoras****Tujuan**

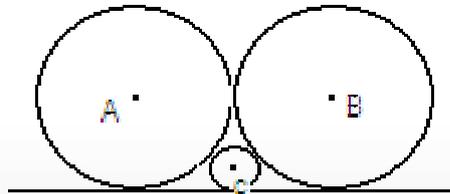
Mahasiswa-mahasiswi diharapkan mampu menyelesaikan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan dalil Pythagoras.

Alat dan bahan

- Penggaris
- Alat tulis
- Jangka

Pertanyaan Diskusi

1. Sebuah tangga yang panjangnya 7,5 m disandarkan pada sebuah tembok pagar, sehingga ujung atas tangga menempel persis pada bibir atas pagar. Bila jarak ujung bawah tangga dengan tembok adalah 4,5 m, tentukan tinggi tembok!
2. Tiga buah roda disusun saling bersinggungan seperti rancangan dalam gambar berikut ini.



Jika dua roda besar itu berdiameter 2 m, berapa jari-jari roda yang kecil?

Uraian Materi 3.2



DALIL PYTHAGORAS

Pythagoras (582 SM - 496 SM) adalah seorang matematikawan dan filsuf Yunani yang paling dikenal melalui salah satu teoremanya, yaitu dalil Pythagoras. Walaupun fakta di dalam dalil ini telah banyak diketahui sebelum lahirnya Pythagoras, namun teorema ini dikreditkan kepada Pythagoras karena ia lah yang pertama membuktikan pengamatan ini secara matematis.

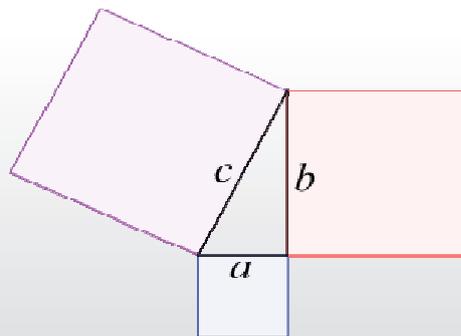
Dalil Pythagoras mengungkapkan hubungan antara sisi-sisi pada suatu segitiga siku-siku. Banyak permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan segitiga siku-siku atau sudut siku-siku, misalnya:

- Menentukan sisi miring dari sisi miring suatu kuda-kuda rumah.
- Membuat pojok-pojok suatu lapangan bola voly agar betul-betul siku-siku.

Melalui penerapan dalil Pythagoras permasalahan itu akan dapat diselesaikan.

A. Dalil Pythagoras

Sebuah segitiga siku-siku adalah segitiga yang mempunyai sebuah sudut siku-siku; *kaki*-nya adalah dua sisi yang membentuk sudut siku-siku tersebut, disebut sisi siku-siku, dan *hipotenusa* adalah sisi ketiga yang berhadapan dengan sudut siku-siku tersebut. Pada gambar di bawah ini, a dan b adalah dua sisi siku-siku dan c adalah hipotenusa dari segitiga siku-siku:



Gambar 3.1 Hubungan antara dua sisi siku-siku

Teorema Pythagoras mengungkapkan hubungan antara dua sisi siku-siku dan hipotenusa suatu segitiga siku-siku. Pythagoras menyatakan teorema ini dalam gaya geometris, sebagai pernyataan tentang luas persegi:

Jumlah luas persegi pada kaki sebuah segitiga siku-siku sama dengan luas persegi di hipotenusa.

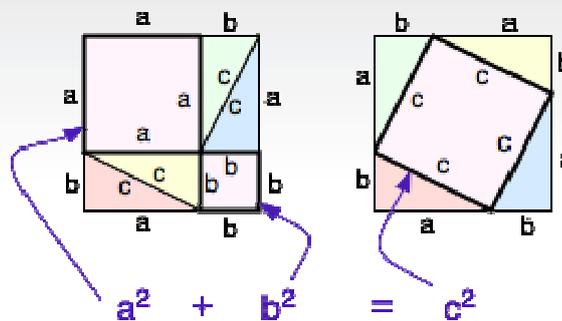
Dengan menggunakan aljabar, kita dapat memformulasikan ulang teorema tersebut ke dalam pernyataan modern dengan mengambil catatan bahwa luas sebuah persegi adalah pangkat dua dari panjang sisinya:

Jika sebuah segitiga siku-siku mempunyai sisi siku-siku dengan panjang a dan b dan hipotenusa dengan panjang c , maka $a^2 + b^2 = c^2$.

Teorema ini telah menarik perhatian banyak ilmuwan, sehingga terdapat lebih ratusan cara pembuktiannya. Berikut ini diberikan dua di antaranya.

Pembuktian cara 1

Perhatikan dua persegi berikut ini. Keduanya memiliki panjang sisi yang sama, yaitu $a + b$, dengan demikian luasnya akan sama.



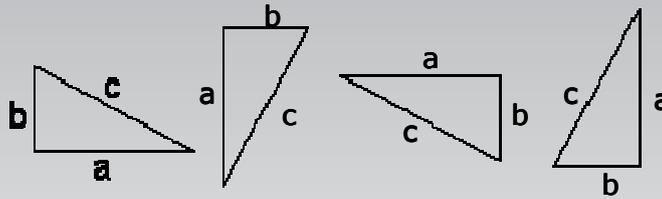
Gambar 3.2 Pembuktian Dalil Pythagoras

Persegi yang pertama dipartisi demikian, sehingga terdapat dua persegi dengan panjang sisi masing-masing a dan b , serta empat segitiga siku-siku dengan panjang sisi siku-sikunya a dan b . Persegi kedua dipartisi demikian sehingga terdapat dua persegi dengan panjang sisi masing-masing a dan b serta empat segitiga siku-siku dengan panjang sisi siku-sikunya a dan b . Karena luas keempat segitiga pada kedua persegi tersebut sama, dapat disimpulkan bahwa “Jumlah luas dua persegi dengan masing-masing panjang sisinya a dan b akan sama dengan luas persegi yang panjang sisinya c .”

Selanjutnya, karena luas persegi dengan panjang sisinya a , b , dan c masing masing adalah a^2 , b^2 , dan c^2 , pernyataan di atas dapat dinyatakan ulang sebagai $a^2 + b^2 = c^2$

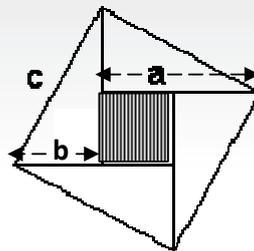
Pembuktian_cara 2

Digunakan empat segitiga siku-siku yang sama dengan dengan sisi siku-siku a dan b , dan hipotenusnya c . Tiga segitiga terakhir, masing-masing telah diputar 90° , 180° , dan 270°



Gambar 3.3 Empat segitiga siku-siku

Masing-masing segitiga ini memiliki luas $\frac{ab}{2}$, sehingga jumlah luas keempat segitiga di atas adalah $2ab$. Keempat segitiga ini dapat disusun menjadi persegi berlubang berikut ini.



Gambar 3.4 Persegi Berlubang

Lubangnya berbentuk persegi dengan panjang sisinya $(a - b)$, sehingga luasnya adalah $(a - b)^2$. Perhatikan bahwa

Luas persegi tengah ditambah luas keempat segitiga akan sama dengan luas persegi luar.

Sehingga

$$\begin{aligned} c^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + 2ab \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

B. Beberapa Penggunaan Dalil Pythagoras

Dalil Pythagoras dapat digunakan untuk berbagai permasalahan yang berkaitan dengan segitiga siku-siku. Beberapa penggunaan itu di antaranya: menghitung panjang sisi segitiga siku-siku, menentukan jenis segitiga, menentukan diagonal bidang dan ruang.

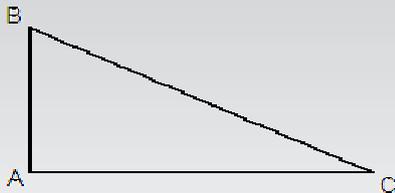
Perhitungan panjang sisi segitiga siku-siku

Bila pada suatu segitiga siku-siku diketahui panjang dua sisinya, panjang sisi ketiga dapat ditentukan menggunakan dalil Pythagoras.

Contoh 1

$\triangle ABC$ adalah segitiga siku-siku dengan $\angle A = 90^\circ$. Jika panjang $AB = 7$ cm dan $BC = 25$ cm, hitunglah panjang AC .

Jawab



Gambar 3.5 Segitiga siku-siku ABC

Menurut dalil Pythagoras

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

atau

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$= 25^2 - 7^2$$

$$= 625 - 49$$

$$= 576$$

$$AC = \sqrt{576}$$

$$= 24$$

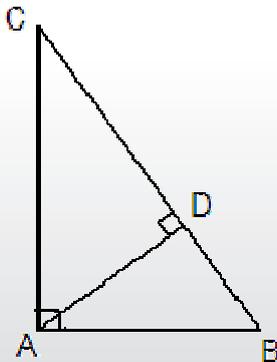
Jadi, panjang AC adalah 24 cm.

Contoh 2

Diketahui $\triangle ABC$ adalah siku-siku di A , dengan $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm, serta $AD \perp BC$. Hitunglah panjang :

- BC
- AD
- BD

Jawab



Gambar 3.6 Segitiga siku-siku ABC

- a. Menurut dalil Pythagoras, pada $\triangle ABC$ berlaku

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$= 12^2 + 16^2$$

$$= 144 + 256$$

$$= 400$$

$$BC = \sqrt{400}$$

$$= 20$$

Jadi, panjang BC adalah 20 cm.

- b. AD dapat ditentukan dengan luas $\triangle ABC$

$$\text{Luas } \triangle ABC = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$\text{Luas } \triangle ABC = \frac{AD \times BC}{2}$$

Maka

$$\frac{AB \times AC}{2} = \frac{AD \times BC}{2}$$

$$AB \times AC = AD \times BC$$

$$AD = \frac{AB \times AC}{BC}$$

$$AD = \frac{12 \times 16}{20}$$

$$AD = 9,6$$

Jadi, panjang $AD = 9,6$ cm

c. Pada $\triangle ABD$ berlaku

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

Atau

$$BD^2 = AB^2 - AD^2$$

$$= 12^2 - 9,6^2$$

$$= 144 - 92,16$$

$$= 51,84$$

$$BD = \sqrt{51,84}$$

$$= 7,2$$

Jadi, panjang BD adalah 7,2 cm.

Penentuan Jenis Segitiga

Dalil Pythagoras hanya berlaku untuk segitiga siku-siku. Dengan kata lain kebalikan dalil Pythagoras juga berlaku. Kebalikan dalil Pythagoras dapat dinyatakan sebagai berikut.

“Jika suatu segitiga mempunyai panjang sisi-sisinya a , b , c dan $a^2 + b^2 = c^2$, maka segitiga itu adalah segitiga siku-siku dengan sudut siku-siku di depan sisi yang panjangnya c .”

Selanjutnya kebalikan dalil Pythagoras ini dapat digunakan untuk menentukan apakah suatu segitiga itu siku-siku atau tidak bila telah diketahui panjang sisi-sisinya.

Bila suatu segitiga siku-siku, menurut dalil Pythagoras, akan berlaku $a^2 + b^2 = c^2$ dimana a dan b panjang sisi siku-siku, dan c hipotenous segitiga itu. Bagaimana dengan sebaliknya, yaitu bila panjang sisi-sisi dari suatu segitiga memenuhi $a^2 + b^2 = c^2$, apakah segitiga itu siku-siku?.

Contoh 3

PQR merupakan suatu segitiga dengan panjang sisi $QR = 3$ cm, $PR = 4$ cm, $PQ = 5$ cm. Apakah $\triangle PQR$ merupakan segitiga siku-siku? Bila ya, tentukan sudut siku-sikunya.

Jawab

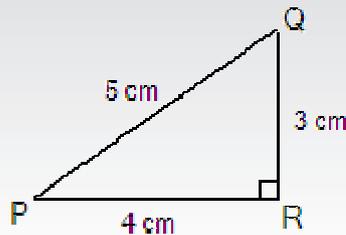
Dari yang diketahui, diperoleh

$PR^2 + QR^2 = 4^2 + 3^2 = 25$ dan $PQ^2 = 5^2 = 25$, sehingga berlaku

$$PR^2 + QR^2 = PQ^2$$

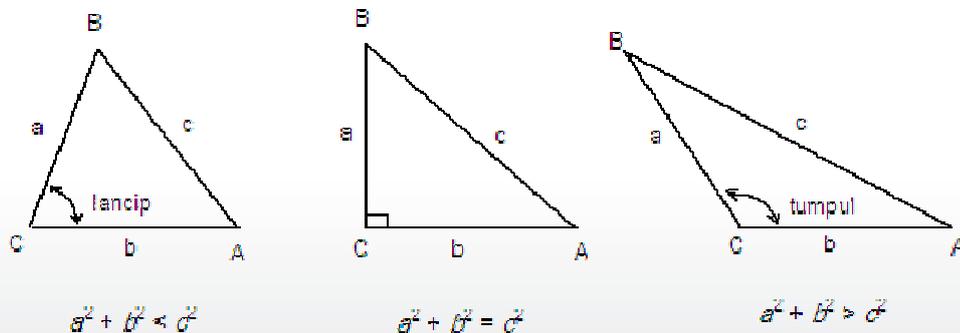
Menurut kebalikan dalil Pythagoras dapat disimpulkan bahwa $\triangle PQR$ merupakan segitiga siku-siku.

Lebih lanjut, sudut siku-sikunya adalah sudut di depan sisi PQ (yang merupakan sisi terpanjang), yaitu $\angle PRQ$, seperti tampak pada gambar berikut.



Gambar 3.7 Segitiga PQR

Selain dapat digunakan untuk menentukan kesikuan suatu segitiga, lebih lanjut, hubungan nilai $a^2 + b^2$ dan c^2 dapat digunakan untuk menentukan jenis suatu segitiga. Perhatikan perubahan sudut akibat perubahan c , sementara a dan b tetap, seperti pada tiga gambar berikut ini.



Gambar 3.8 Macam-macam Segitiga

Pada segitiga kedua, $a^2 + b^2 = c^2$ dan segitiganya siku-siku. Pada segitiga pertama, a dan b sama dengan pada segitiga kedua tetapi c lebih kecil, sehingga $a^2 + b^2 > c^2$. Turunnya c , menyebabkan $\angle C$ mengecil, sehingga segitiga tersebut merupakan segitiga lancip. Pada segitiga ketiga, a dan b sama dengan pada segitiga kedua tetapi c lebih besar, sehingga $a^2 + b^2 < c^2$. Naiknya c , menyebabkan $\angle C$ membesar, sehingga segitiga tersebut merupakan segitiga tumpul.

Dengan demikian, jika a , b , dan c adalah panjang sisi-sisi suatu segitiga dengan dengan c panjang sisi terpanjang, bila

- $a^2 + b^2 > c^2$, maka segitiga tersebut merupakan segitiga lancip
- $a^2 + b^2 = c^2$, maka segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku
- $a^2 + b^2 < c^2$, maka segitiga tersebut merupakan segitiga tumpul

Contoh 4

Tentukan jenis masing-masing segitiga yang panjang sisinya

- 5, 12, 13
- 8, 9, 10
- 4, 7, 11

Jawab

- $5^2 + 12^2 = 169$ dan $13^2 = 169$, akibatnya $5^2 + 12^2 = 13^2$.
Jadi segitiga siku-siku
- $8^2 + 9^2 = 145$ dan $10^2 = 100$, akibatnya $8^2 + 9^2 > 10^2$.
Jadi segitiga lancip
- $4^2 + 7^2 = 65$ dan $11^2 = 121$, akibatnya $4^2 + 7^2 < 11^2$.
Jadi segitiga tumpul

Jadinya $a^2 + b^2 = c^2$ sebagai kriteria kesikuan suatu segitiga, menimbulkan daya tarik untuk mencari pasangan-pasangan bilangan a , b , dan c yang memenuhi hubungan itu. Tiga bilangan a , b , c yang memenuhi hubungan $a^2 + b^2 = c^2$ disebut tripel Pythagoras. Beberapa contoh tripel Pythagoras adalah (1) 3, 4, dan 5, (2) 6, 8, dan 10, (3) 5, 12, dan 13. Contoh berikut ini memberikan salah satu cara untuk mendapatkan tripel-tripel Pythagoras.

Contoh 5

Jika m dan n sebarang bilangan bulat positif dengan $m > n$, maka

- tunjukkan bahwa bilangan-bilangan $m^2 + n^2$, $2mn$, dan $m^2 - n^2$ merupakan tripel Pythagoras.
- berikan beberapa contoh tripel Pythagoras yang dihasilkan dengan menggunakan tripel ini.

Jawab

- $(m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$.
Sedangkan $(2mn)^2 = 4m^2n^2$, dan $(m^2 - n^2)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4$, sehingga
 $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$
Akibatnya $(m^2 + n^2)^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2$.
Jadi $m^2 + n^2$, $2mn$, dan $m^2 - n^2$ merupakan tripel Pythagoras.

b) Beberapa contoh tripel Pythagoras

Tabel 3.1 Tripel Pythagoras

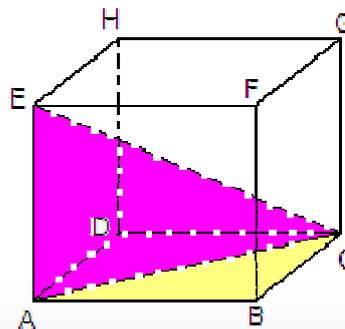
m	n	$m^2 + n^2$	$2mn$	$m^2 - n^2$	Tripel Pythagoras
2	1	5	4	3	3, 4, 5
3	1	10	6	8	6, 8, 10
3	2	13	12	5	5, 12, 13
4	1	17	8	15	8, 15, 17
4	2	20	16	12	12, 16, 20
4	3	25	24	7	7, 24, 25

Penggunaan pada Bangun Ruang

Dalil Pythagoras sangat berguna untuk menyelesaikan permasalahan pada bangun datar dan bangun ruang. Di sini akan diberikan tiga contoh, yaitu penentuan panjang diagonal bidang, diagonal ruang, tinggi limas, panjang rusuk limas.

Diagonal bidang dan ruang pada kubus

Perhatikan kubus ABCD EFGH berikut ini, yang memiliki panjang rusuk s.



Gambar 3.9 Diagonal Bidang dan diagonal Ruang pada Kubus

Untuk menentukan diagonal bidang AC dan diagonal ruang EC, dapat disederhanakan dengan digambar ulang ke dalam bidang datar berikut ini.



Gambar 3.10 Diagonal bidang AC dan diagonal ruang EC

$$\begin{aligned}
 AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\
 &= s^2 + s^2 \\
 &= 2s^2
 \end{aligned}$$

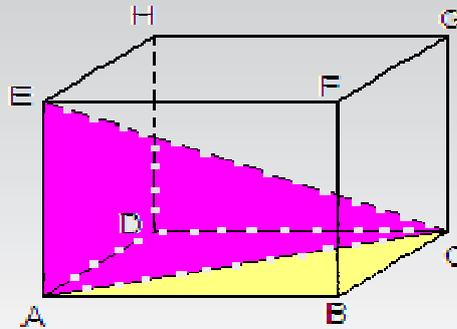
$$\begin{aligned}
 CE^2 &= AC^2 + AE^2 \\
 &= 2s^2 + s^2 \\
 &= 3s^2
 \end{aligned}$$

$$AC = \sqrt{2s^2}$$

$$CE = \sqrt{3s^2}$$

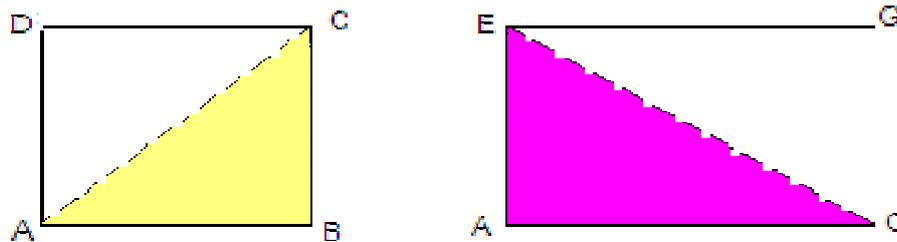
Diagonal Bidang dan Ruang pada Balok

Perhatikan persegi panjang ABCD EFGH berikut ini, yang memiliki panjang p , lebar l , dan tinggi t .



Gambar 3.11 Diagonal Bidang dan diagonal Ruang pada balok

Untuk menentukan diagonal bidang AD dan diagonal ruang EC, dapat disederhanakan dengan digambar ulang ke dalam bidang datar berikut ini.



Gambar 3.12 Diagonal bidang AC dan diagonal ruang EC

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BD^2 \\ &= p^2 + l^2 \end{aligned}$$

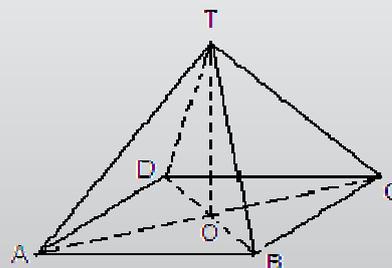
$$AC = \sqrt{p^2 + l^2}$$

$$\begin{aligned} CE^2 &= AC^2 + AE^2 \\ &= p^2 + l^2 + t^2 \end{aligned}$$

$$CE = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$$

Panjang Rusuk dan Luas Permukaan Limas

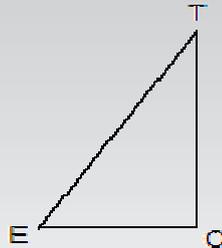
Berikut ini adalah limas dengan alas berbentuk persegi yang panjang sisinya s dan tinggi limas t .



Gambar 3.13 Limas T.ABCD

Untuk menentukan luas permukaan limas, pertama perlu dihitung luas sisi tegaknya yang berupa segitiga.

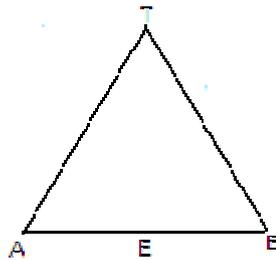
Misalnya, E titik tengah A dan B, maka TE merupakan tinggi ΔATB . Selanjutnya perhatikan ΔETO . $TO = t$ dan $EO = \frac{1}{2}s$.



Gambar 3.14 Segitiga ETO

$$\begin{aligned} TE^2 &= EO^2 + OT^2 \\ &= \left(\frac{1}{2}s\right)^2 + t^2 \\ &= \frac{1}{4}s^2 + t^2 \\ TE &= \sqrt{\frac{1}{4}s^2 + t^2} \end{aligned}$$

Selanjutnya



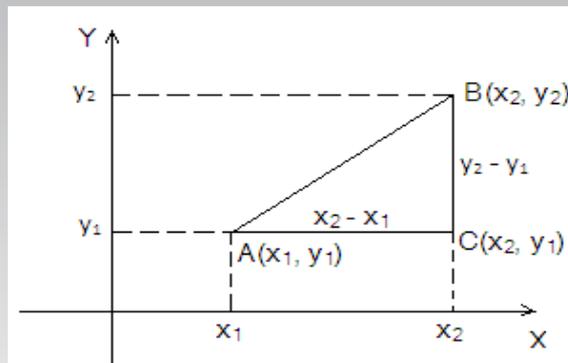
Gambar 3.15 Segitiga ATB

$$\begin{aligned} \text{Luas segitiga ABT} &= \frac{1}{2} AB \times TE \\ &= \frac{1}{2} s \left(\sqrt{\frac{1}{4}s^2 + t^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan limas T. ABCD} &= 4 \times \text{luas ABT} + \text{Luas ABCD} \\ &= 4 \left(\frac{1}{2} s \left(\sqrt{\frac{1}{4}s^2 + t^2} \right) \right) + s^2 \\ &= 2 s \left(\sqrt{\frac{1}{4}s^2 + t^2} \right) + s^2 \end{aligned}$$

Jarak Dua Titik

Jarak antara titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ dapat diperagakan menggunakan sumbu koordinat, menetapkan titik A, titik B, dan kemudian menentukan titik C, sehingga ΔABC merupakan segitiga siku-siku.



Gambar 3.16 Segitiga ABC dalam koordinat kartesius

Menggunakan dalil Pythagoras pada $\triangle ABC$ maka

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + CB^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \end{aligned}$$

sehingga jarak titik A dan B adalah

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

C. Penggunaan Dalil Pythagoras dalam Kehidupan

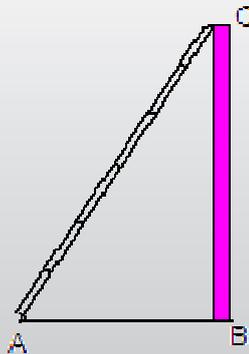
Berikut ini beberapa contoh penggunaan dalil Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari

Contoh 6

Sebuah tangga yang panjangnya 7,5 m disandarkan pada sebuah dinding pagar, sehingga ujung atas tangga menempel persis pada bibir atas pagar. Bila jarak ujung bawah tangga dengan dinding adalah 4,5 m, tentukan tinggi dinding!

Jawab

Posisi tangga, dinding dan tanah membentuk segitiga siku-siku seperti gambar berikut ini.



Gambar 3.16 Tangga, tanah dan dinding membentuk segitiga siku-siku

AC adalah panjang tangga, AB adalah jarak kaki tangga ke tembok, dan BC adalah. Diketahui $AC = 4,5$ m dan $AB = 7,5$ m. Menurut dalil Pythagoras, maka

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

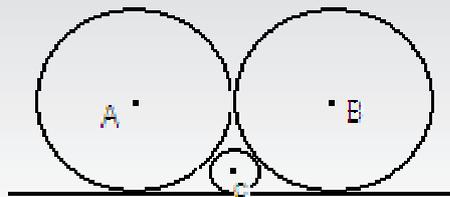
$$\begin{aligned}
 &= (7,5)^2 - (4,5)^2 \\
 &= 56,25 - 20,25 \\
 &= 36
 \end{aligned}$$

$$BC = \sqrt{36} = 6$$

Jadi, tinggi tembok tersebut adalah 6 m.

Contoh 7

Tiga buah roda disusun saling bersinggungan seperti rancangan dalam gambar berikut ini.

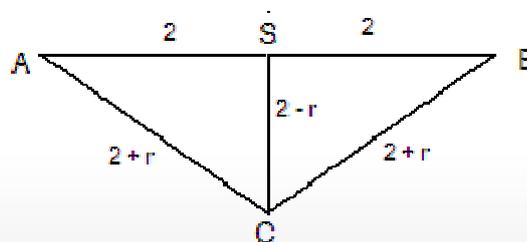


Gambar 3.17 Tiga buah roda

Jika dua roda besar itu berdiameter 2 m, maka berapa jari-jari roda yang kecil?

Jawab

Misalkan, jari-jari roda kecil r , maka keadaan tiga poros roda A, B, dan C serta S sebagai titik singgung dua roda besar dapat digambarkan dengan



Gambar 3.18 Titik singgung dua roda besar membentuk segitiga ABC

Pada segitiga ACS berlaku dalil Pythagoras, sehingga

$$\begin{aligned}
 AC^2 &= AS^2 + CS^2 \\
 (2+r)^2 &= 2^2 + (2-r)^2 \\
 r^2 + 4r + 4 &= 4 + r^2 - 4r + 4 \\
 8r &= 4 \\
 r &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

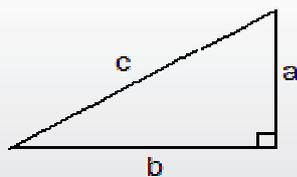
Jadi, jari-jari roda kecil adalah $\frac{1}{2}$ m.

Latihan

- $\triangle ABC$ adalah segitiga siku-siku dengan $\angle A = 90^\circ$. Jika panjang $AB = 18$ cm dan $BC = 30$ cm, hitunglah panjang AC !
- Buktikan bahwa kuadrat sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dua sisi lainnya (dalil pythagoras)!
- Tentukan jenis masing-masing segitiga yang panjang sisinya
 - 5, 6, 8
 - 9, 12, 15
 - 8, 4, 12
- Hitunglah panjang diagonal bidang dari:
 - Persegi yang panjang sisinya 8 cm
 - Persegi panjang yang berukuran 12 cm x 5 cm
- Hitunglah panjang diagonal ruang dari kubus yang mempunyai panjang sisi 14 cm!
- Sebuah bambu yang panjangnya 10 m disandarkan pada sebuah pohon, sehingga ujung atas bambu menempel persis pada atas pohon. Bila tinggi pohon itu 8 m, berapakah jarak ujung bambu tersebut dengan pohon?

Rangkuman

- Dalil Pythagoras

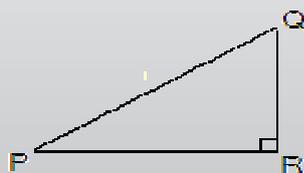


Kuadrat sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dua sisi lainnya

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- Beberapa penggunaan dalil Pythagoras

- Menentukan panjang sisi segitiga siku-siku



$$PQ^2 = PR^2 + RQ^2$$

$$PR^2 = PQ^2 - RQ^2$$

$$RQ^2 = PQ^2 - PR^2$$

- Menentukan jenis segitiga

a, b, dan c adalah panjang sisi-sisi segitiga, c panjang sisi terpanjang

$$a^2 + b^2 > c^2 \Leftrightarrow \text{segitiga lancip}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow \text{segitiga siku-siku}$$

$$a^2 + b^2 < c^2 \Leftrightarrow \text{segitiga tumpul}$$

c. menentukan diagonal ruang pada kubus dan balok

1. panjang diagonal ruang dari kubus dengan panjang sisi s adalah

$$\sqrt{3s^2}$$

2. panjang diagonal ruang dari kubus dengan panjang p , lebar l dan

tingg t adalah $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$

d. Jarak antara titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ adalah

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Lembar PowerPoint 3.3



Nama File: Paket 3 Dalil Pythagoras



Paket 3

Mata kuliah Matematika 3

DALIL PYTHAGORAS

Waktu 150 menit

1



APERSEPSI

Bagaimana menemukan tinggi suatu tembok, sedangkan kita tidak mungkin mengukurnya langsung?

Bagaimana cara menentukan garis-garis suatu lapangan bola voly itu benar siku-siku ?



2



Kompetensi Dasar

Setelah mengikuti perkuliahan ini mahasiswa-mahasiswi mampu menerapkan dalil Pythagoras dalam pemecahan masalah sehari-hari.

3

Indikator



Mahasiswa-mahasiswi

- dapat menemukan dalil Pythagoras.
- dapat membuktikan dalil Pythagoras.
- mampu menggunakan dalil Pythagoras untuk menentukan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku.
- mampu memecahkan permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan dalil Pythagoras

4

Langkah perkuliahan

- Apersepsi & motivasi (15')
- Pembagian kelompok dan kerja kelompok (30')
- Presentasi dan penguatan dosen (60')
- Kerja individu (10')
- Penilaian (20')
- Kegiatan akhir dan tindak lanjut (15')

5

PEMBAGIAN KELOMPOK(10')

- Berkelompoklah menjadi 6 kelompok
- Kelompok 1 dan 2 mendapat tugas mengerjakan LK. 3.1A
- Kelompok 3 dan 4 mendapat tugas mengerjakan LK. 3.1B
- Kelompok 5 dan 6 mendapat tugas mengerjakan LK. 3.1C

DISKUSI KELOMPOK(20')

- Kerjakan Lembar kerja yang sudah dibagikan sesuai dengan tugas masing-masing.

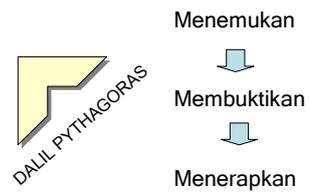
PRESENTASI I (10')

- Kelompok 1 mempresentasikan hasil kerja kelompoknya.
- Kelompok lain memberikan tanggapan

PENGUATAN

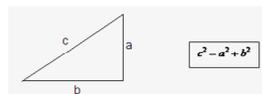
10'

Pengalaman belajar



8

Dalil Pythagoras



Kuadrat sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dua sisi lainnya

10

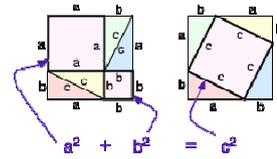
PRESENTASI II(10')

- Kelompok 3 mempresentasikan hasil kerja kelompoknya
- Kelompok lain menanggapi

PENGUATAN

10'

Bukti Dalil Pythagoras



11

PRESENTASI III(10')

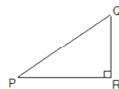
- Kelompok 5 mempresentasikan hasil kerja kelompoknya
- Kelompok lain memberikan tanggapan

PENGUATAN

10'

Penggunaan Dalil Pythagoras

1. Menentukan panjang sisi segitiga siku-siku



$$PQ^2 = PR^2 + RQ^2$$

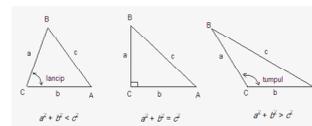
$$PR^2 = PQ^2 - RQ^2$$

$$RQ^2 = PQ^2 - PR^2$$

12

Penggunaan Dalil Pythagoras

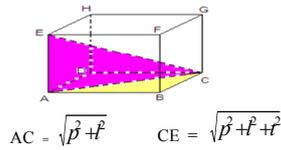
2. Menentukan jenis segitiga



13

Penggunaan Dalil Pythagoras

3. Menentukan diagonal bidang dan ruang

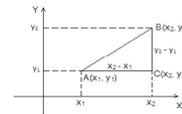


$$AC = \sqrt{p^2 + t^2} \quad CE = \sqrt{p^2 + t^2 + t^2}$$

14

Penggunaan Dalil Pythagoras

4. Jarak antara dua titik

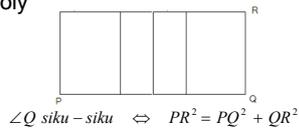


$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

15

Penggunaan Dalil Pythagoras

5. Pada kehidupan sehari-hari
Misalnya:
menentukan kesikuan lapangan voly



16

KERJA INDIVIDU(10')

- Kerjakan soal latihan di uraian materi 3.4
- Jika ada yang belum jelas, tanyakan pada dosen

PENILAIAN(20')

- Kerjakan soal penilaian di lembar penilaian 3.4

REFLEKSI(5')

- Refleksikan perkuliahan yang sudah dilakukan

TINDAK LANJUT

- Baca kembali materi dalil Pythagoras
- Terapkan dalil Pythagoras untuk memecahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari

TERIMA KASIH

SELAMAT BELAJAR

17

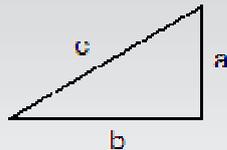
Lembar Penilaian 3.4



Tes Tulis

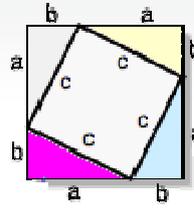
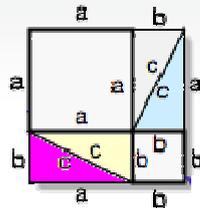
Petunjuk : Kerjakan semua soal di bawah ini !

1.

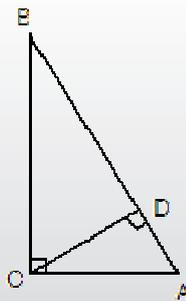


Menggunakan cara induksi, tunjukkan bahwa $a^2 + b^2 = c^2$

2. Gunakan dua gambar berikut ini, dengan memperhatikan kesamaan luasnya, untuk menunjukkan bahwa $a^2 + b^2 = c^2$

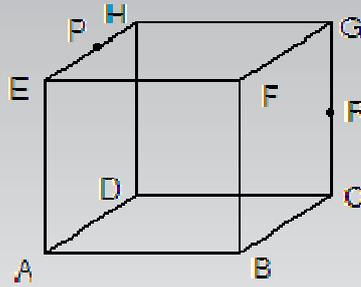


3. Diketahui sebuah segitiga siku-siku. Salah satu sisi siku-sikunya 20 cm dan memiliki hipotenous 29 cm. Tentukan panjang sisi siku-siku lainnya!
4. Panjang dua sisi suatu segitiga adalah 7 cm dan 12 cm. Jika segitiga itu segitiga tumpul, maka tentukan panjang sisi ketiga!
5. Tiga buah bilangan yang merupakan tripel Pythagoras merupakan barisan aritmetika dengan beda 4. Tentukan jumlah ketiga bilangan itu!
6. Perhatikan gambar di bawah ini.



Jika AC = 5 cm dan BC = 12 cm, tentukan panjang CD.

7. Segitiga ABC siku-siku di A dengan panjang sisi AB = 12 cm, AC = 4a cm, dan BC = 5a cm. Tentukan luas ΔABC .
8. ΔABC adalah segitiga dengan koordinat P(1,2), Q(5,2), dan C(1,6). Tentukan apakah ΔABC merupakan segitiga lancip, siku-siku atau tumpul.
9. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm.



- Jika P titik tengah E dan H, dan R titik tengah C dan G. Tentukan PR
10. Seorang penembak mengarahkan senapannya dari atas gedung ke sasaran yang jauhnya 120 m dari kaki gedung. Tinggi gedung adalah 160 m. Tentukan arah yang harus ditempuh peluru untuk sampai ke sasaran.

Petunjuk Penskoran

1. Nilai maksimal untuk masing-masing nomor adalah 10

Aspek penilaian	Nilai maksimal
1. Memahami masalah (mengetahui apa yang diketahui dan ditanyakan)	2
2. Strategi pemecahan masalah	3
3. Perhitungan	4
4. Interpretasi penyelesaian	1

2. Nilai akhir adalah jumlah dari semua nilai untuk masing-masing butir soal

Daftar Pustaka

- Bennet, Albert B. & Nelson, L. Ted. 2004. *Matheamtics for Elementary Teachers: An Activity Approach*. New York: McGraw-Hill
- Dris, J. 2006. *Matemaatika untuk SMP dan MTs Kelas VIII*. Jakarta: Piranti Darma Kalokatama.
- Sobel, Max A. & Maletsky, Evan M. 2002. *Mengajar Matematika: Sebuah Buku Sumber Alat Peraga, Aktivitas, dan Strategi untuk Guru Matematika SD, SMP, SMA*. Alih Bahasa Suyono. Jakarta: Penerbit Erlangga