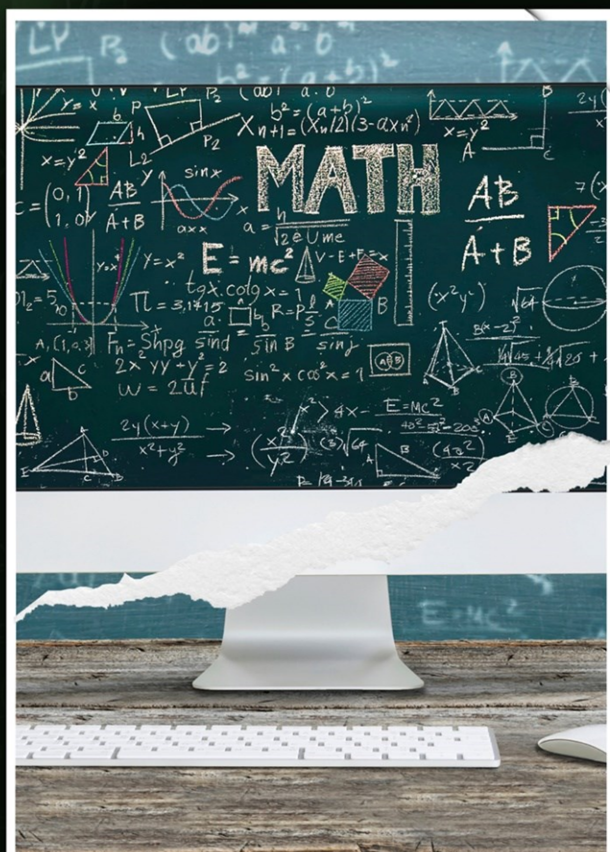
Media Sains Indonesia

Editor: Suci Haryanti

MATEMATIKA ZAMAN NOW:
BERPIKIR KRITIS DAN KREATIF DI ABAD 21



Evy Lalan Langi' | Nor Amalliyah | Wahyu Setiawan
Suri Toding Lembang | Rizky Arief Shobirin | Farah Indrawati
Amika Sapan | Riza Agustiani | Yusem Ba'ru | Hasan Marzuki
Anita Restu Puji Raharjeng | Fauziah Astuti
Inelsi Palengka' | Diyah Sariana | Hersiyati Palayukan

BUNGA RAMPAI

MATEMATIKA ZAMAN *NOW*: BERPIKIR KRITIS DAN KREATIF DI ABAD 21

MATEMATIKA ZAMAN *NOW*: BERPIKIR KRITIS DAN KREATIF DI ABAD 21

Evy Lalan Langi' | Nor Amalliyah
Wahyu Setiawan | Suri Toding Lembang
Rizky Arief Shobirin | Farah Indrawati
Amika Sapan | Riza Agustiani
Yusem Ba'ru | Hasan Marzuki
Anita Restu Puji Raharjeng | Fauziah Astuti
Inelsi Palengka' | Diyah Sariana
Hersiyati Palayukan

Penerbit

CV. MEDIA SAINS INDONESIA
Melong Asih Regency B40 - Cijerah
Kota Bandung - Jawa Barat
www.medsan.co.id

Anggota IKAPI
No. 370/JBA/2020

MATEMATIKA ZAMAN *NOW*: BERPIKIR KRITIS DAN KREATIF DI ABAD 21

Evy Lalan Langi' | Nor Amalliyah
Wahyu Setiawan | Suri Toding Lembang
Rizky Arief Shobirin | Farah Indrawati
Amika Sapan | Riza Agustiani
Yusem Ba'ru | Hasan Marzuki
Anita Restu Puji Raharjeng | Fauziah Astuti
Inelsi Palengka' | Diyah Sariana
Hersiyati Palayukan

Editor:
Suci Haryanti

Tata Letak:
Mega Restiana Zendrato

Desain Cover:
Qonita Azizah

Ukuran:
A5 Unesco: 15,5 x 23 cm

Halaman:
vi, 233

ISBN:
978-623-512-257-1

Terbit Pada:
November 2024

PENERBIT MEDIA SAINS INDONESIA
(CV. MEDIA SAINS INDONESIA)
Melong Asih Regency B40 - Cijerah
Kota Bandung - Jawa Barat
www.medsan.co.id

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat rahmat dan karunia-Nya sehingga buku kolaborasi dalam bentuk buku dapat dipublikasikan dan dapat sampai di hadapan pembaca. Buku ini disusun oleh sejumlah guru, dosen dan praktisi sesuai dengan kepakarannya masing-masing. Buku ini diharapkan dapat hadir memberi kontribusi positif dalam ilmu pengetahuan khususnya terkait dengan Pembelajaran Berbasis: logika Matematika.

Sistematika buku ini dengan judul "Matematika Zaman *Now*: Berpikir Kritis dan Kreatif Di Abad 21" terdiri atas 15 bab yang dijelaskan secara rinci dalam pembahasan mengenai konsep dan strategi dan analisis diantaranya: Pengantar: Matematika di Dunia Modern, Dasar-Dasar Berpikir Matematis. Matematika dan Teknologi, Berpikir Kritis dalam Matematika, Kreativitas dalam Pemecahan Masalah Matematika, Matematika dalam Sains dan Teknik, Matematika di Dunia Bisnis dan Ekonomi, Matematika dan Seni, Matematika dan Lingkungan, Matematika dalam Desain dan Konstruksi Bangunan, Matematika dan Kesehatan, Matematika dan Ilmu Sosial, Matematika dalam Kehidupan Sehari-Hari, Mengajarkan Matematika di Abad 21, Masa depan Matematika.

Akhirnya kami mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah mendukung dalam proses penyusunan dan penerbitan buku ini, secara khusus kepada Penerbit Media Sains Indonesia sebagai inisiator. Semoga buku ini dapat bermanfaat bagi pembaca sekalian.

Jakarta, 10 September 2024
Editor

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR i

DAFTAR ISI ii

1 PENGANTAR: MATEMATIKA DI DUNIA MODERN 1

Dr. Evy Lalan Langi', M.Pd. 1

Pendahuluan 1

Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari 2

Contoh Aplikasi: Matematika dalam Keuangan Pribadi 2

Matematika di Era Digital 3

Matematika sebagai Alat untuk Berpikir Kritis dan Kreatif 6

Peran Matematika dalam Menghadapi Tantangan Global 9

Matematika untuk Semua 10

2 DASAR-DASAR BERPIKIR MATEMATIS 13

Nor Amalliyah, S.Si., M.Pd. 13

Logika dan Penalaran 13

Logika 13

Pemecahan Masalah Matematis 22

Pola Pikir Matematis dalam Kehidupan Sehari-Hari 24

3 MATEMATIKA DAN TEKNOLOGI 27

Wahyu Setiawan, S.Si., M.Sc. 27

Algoritma dan Pemrograman 27

Kecerdasan Buatan dan *Machine Learning* 29

Big Data dan Analisis Statistik 32

4 BERPIKIR KRITIS DALAM MATEMATIKA 35

Suri Toding Lembang 35

Kemampuan Menganalisi Masalah 36

Mengajukan Pertanyaan yang Relevan 39

Menggunakan Penalaran Logis 41
Menghubungkan Ide-Ide Matematika 43
5 KREATIVITAS DALAM PEMECAHAN PERMASALAHAN MATEMATIKA 49
Rizky Arief Shobirin, M.Si. 49
Pendahuluan 49
Aspek Penting dan Faktor Berpengaruh terhadap Kreativitas Matematika 50
Strategi Belajar untuk Meningkatkan Kreativitas dalam Matematika 54
Hubungan antara Kemampuan Spasial dan Berfikir Kreatif.... 57
Mengukur Tingkat Kreativitas dalam Pemecahan Masalah Matematika 61
6 MATEMATIKA DALAM SAINS DAN TEKNIK 69
Dr. Farah Indrawati, S. TP., M. Pd 69
Pemodelan Matematis Fenomena Alam................................. 69
Optimisasi dan Efisiensi Teknik 71
Simulasi dan Prediksi Berbasis Matematika 75
7 MATEMATIKA DI DUNIA BISNIS DAN EKONOMI 79
Amika Sapan, S.Pd., M.Pd 79
Pendahuluan 79
Analisis Risiko dan Pengambilan Keputusan 89
Pemodelan Keuangan dan Investasi 102
Optimisasi *Supply Chain* dan Logistik.................................. 114
8 MATEMATIKA DAN SENI 125
Riza Agustiani, M.Pd 125
Geometri-Aljabar dan Seni Visual 126
Matematika dalam Musik dan Harmoni 130

Fraktal dan Seni Generatif 131
Kesimpulan 132
9 MATEMATIKA DAN LINGKUNGAN 135
Yusem Ba'ru,S.Pd.,M.Pd 135
Pentingnya Mempelajari Matematika 135
Pengertian Matematika 136
Matematika dengan Iklim 137
Matematika dalam Pertanian 139
Matematika dengan Lingkungan Budaya Masyarakat 143
10 MATEMATIKA DALAM DESAIN DAN KONSTRUKSI BANGUNAN: ESTIMASI WAKTU PEMANCANGAN 151
Hasan Marzuki, SPd,M.T 151
Sejarah Perkembangan Matematika 151
Sejarah Perkembangan Konstruksi 153
Triple Constraint dalam Manajemen Konstruksi 154
Proposisi dalam Manajemen Konstruksi 155
Deret Aritmatika dalam Penjadwalan Konstruksi 159
Estimasi Waktu Pemancangan 163
11 PERMODELAN MATEMATIKA DALAM PENELITIAN BIOLOGI DAN KEDOKTERAN 171
Anita Restu Puji Raharjeng, M.Si., M.BioMed.Sc. 171
Radiomik dan Diagnosis Berbasis Gambar 172
Modelling Farmakokinetik dan Terapi Individual 172
Pemodelan Epidemiologi dan Peramalan Penyakit 173
Analisis Biostatistik dan Dukungan Keputusan Klinis 173
Genomik Komputasional dan Pengobatan Presisi 174
Ekonomi Kesehatan dan Analisis Biaya Efektivitas 174
Pemodelan Prediktif dan Stratifikasi Risiko 175

12 MATEMATIKA DAN ILMU SOSIAL 183
Fauziah Astuti, M.Pd 183
Matematika.. 183
Ruang Lingkup Matematika dan Ilmu Sosial........................ 185
Ilmu Sosial 187
Penerapan Matematika dan Ilmu Sosial 189
13 MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN SEHARI-HARI . 201
Dr. Inelsi Palengka', M.Pd.. 201
Penerapan Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari 201
Manfaat Matematika dalam Kehidupan Sehari-Hari 202
Belajar Matematika Sejak Dini 202
Kenapa Harus Belajar Matematika?...................................... 203
Pentingnya Penemuan Angka untuk Anak-Anak.................. 203
Mengapa Matematika Penting dalam Keuangan?.................. 204
Hubungan Antara Matematika dan Olahraga........................ 205
Manfaat Belajar Matematika dalam Kehidupan Sehari-Hari . 206
14 MENGAJARKAN MATEMATIKA DI ABAD 21............. 211
Diyah Sariana, S.Pd. 211
Inovasi Pendekatan Pembelajaran Matematika...................... 213
Metode-Metode Inovasi Pembelajaran Matematika di Abad 21 218
15 MASA DEPAN MATEMATIKA... 225
Dr. Hersiyati Palayukan , M.Pd. 225
Pendahuluan.. 225
Transformasi Matematika di Era Digital.............................. 227
Matematika sebagai Alat Pemecahan Masalah Global 228
Masa Depan Pendidikan Matematika: Mengasah Berpikir Kritis dan Kreatif.................................. 228

Tantangan dan Peluang Matematika di Masa Depan 229
Kesimpulan 231

1

PENGANTAR: MATEMATIKA DI DUNIA MODERN

Dr. Evy Lalan Langi', M.Pd.
Universitas Kristen Indonesia Toraja

Pendahuluan

Matematika adalah bahasa universal yang digunakan untuk menjelaskan fenomena di sekitar kita. Dari pergerakan planet di tata surya hingga perilaku partikel subatom, matematika memberikan kerangka kerja yang memungkinkan kita memahami dan mengendalikan dunia di tingkat paling dasar. Namun, peran matematika jauh melampaui bidang ilmiah dan teknis. Di abad ke-21 ini, matematika tidak hanya ditemukan dalam laboratorium atau ruang kelas, tetapi juga menyusup ke hampir setiap aspek kehidupan modern, dari teknologi dan ekonomi hingga seni dan budaya.

Matematika adalah fondasi dari banyak inovasi yang membentuk dunia kita saat ini. Seiring dengan kemajuan teknologi, matematika telah berkembang jauh melampaui batas-batas tradisionalnya, menjadi alat penting yang mempengaruhi hampir setiap aspek kehidupan manusia. Dalam dunia yang semakin kompleks ini, peran matematika tidak hanya terbatas pada ilmu pengetahuan dan teknik, tetapi juga dalam memecahkan masalah sosial, ekonomi, dan budaya. Bab ini akan menjelaskan pentingnya matematika di dunia modern, bagaimana matematika mempengaruhi kehidupan kita sehari-hari, dan mengapa kemampuan berpikir kritis dan kreatif yang ditumbuhkan melalui matematika sangat penting di abad ke-21.

Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari

Banyak orang mungkin tidak menyadari betapa seringnya mereka menggunakan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Meskipun matematika sering kali dianggap sebagai sesuatu yang kompleks atau hanya relevan dalam konteks akademis dan profesional, kenyataannya matematika adalah bagian tak terpisahkan dari hampir setiap keputusan dan tindakan yang kita lakukan setiap hari. Sepanjang sejarah, matematika telah digunakan untuk menjelaskan dan memodelkan fenomena alam serta membangun peradaban. Misalnya, teori Pythagoras memungkinkan kita menghitung jarak dan mengukur ruang secara akurat, yang menjadi dasar bagi ilmu bangunan dan arsitektur. Konsep-konsep seperti geometri, aljabar, dan kalkulus telah menjadi bagian integral dari perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Di dunia modern, matematika memungkinkan para ilmuwan dari berbagai negara untuk bekerja sama dalam proyek global, seperti eksplorasi luar angkasa dan penanganan perubahan iklim. Misalnya, hukum gravitasi Newton, yang merupakan rumusan matematika, diterapkan dalam perhitungan lintasan pesawat ruang angkasa, memastikan bahwa kita dapat dengan aman mengirim manusia dan satelit ke luar angkasa. Namun, lebih dari sekadar bahasa teknis, matematika mengajarkan kita cara berpikir yang terstruktur dan logis. Dalam matematika, kita belajar untuk mendefinisikan masalah dengan jelas, membuat asumsi yang terukur, menguji hipotesis, dan mengembangkan solusi. Pendekatan ini, yang sering disebut sebagai "pemikiran matematis", sangat penting dalam era informasi saat ini, di mana kita sering dihadapkan pada data yang besar dan kompleks.

Banyak orang mungkin tidak menyadari betapa seringnya mereka menggunakan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Saat kita berbelanja dan menghitung diskon, mengatur anggaran rumah tangga, atau bahkan memasak menggunakan resep, kita menerapkan prinsip-prinsip matematika dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Dalam pengambilan keputusan sehari-hari, seperti memilih rute tercepat untuk bepergian atau menentukan jenis investasi yang paling menguntungkan, kita menggunakan konsep matematika seperti probabilitas dan statistik.

Contoh Aplikasi: Matematika dalam Keuangan Pribadi

Pertimbangkan contoh keuangan pribadi. Untuk mengelola keuangan dengan baik, seseorang perlu memahami konsep bunga majemuk, anggaran, dan investasi. Misalnya, ketika kita menabung di bank, kita sering kali menerima bunga atas tabungan kita. Menghitung bunga majemuk melibatkan rumus matematika yang sederhana tetapi sangat penting untuk memahami bagaimana uang kita akan bertumbuh seiring waktu. Dalam konteks investasi, pemahaman matematika dasar dapat membantu kita menilai risiko dan potensi pengembalian, yang merupakan kunci untuk membuat keputusan finansial yang cerdas.

Selain itu, teknologi modern juga mengandalkan matematika. Algoritma pencarian di Google, sistem rekomendasi di Netflix, dan algoritma media sosial di Facebook semuanya dibangun di atas prinsip-prinsip matematika. Bahkan aplikasi sederhana seperti kalkulator di smartphone kita adalah hasil dari pemrograman matematika yang kompleks.

Matematika di Era Digital

Di era digital, matematika telah menjadi fondasi yang mendasari hampir semua teknologi modern yang kita gunakan sehari-hari. Dengan kemajuan pesat dalam teknologi informasi, volume data yang tersedia dan harus dianalisis terus meningkat secara eksponensial. Konsep-konsep matematika seperti statistik, teori probabilitas, aljabar linear, dan analisis data tidak hanya menjadi alat bantu, tetapi juga menjadi inti dari cara kita memahami dan memanfaatkan data tersebut. Salah satu contoh utama adalah "Big Data," istilah yang digunakan untuk menggambarkan data dalam jumlah besar dan kompleks yang tidak dapat diproses menggunakan metode tradisional. Big Data memanfaatkan algoritma matematika yang canggih untuk mengekstrak informasi yang berharga dari kumpulan data yang sangat besar ini, memungkinkan kita untuk mengidentifikasi tren, membuat prediksi, dan mengambil keputusan yang lebih baik di hampir setiap bidang, mulai dari bisnis hingga kesehatan dan pemerintahan.

Matematika dalam Kecerdasan Buatan

Salah satu penerapan matematika yang paling mencolok di era digital adalah dalam kecerdasan buatan (Artificial Intelligence/AI) dan pembelajaran mesin (*Machine Learning*/ML). Pada intinya, AI dan ML adalah tentang mengajarkan komputer untuk mengenali pola dan membuat keputusan berdasarkan data yang ada, dan ini sepenuhnya bergantung pada matematika. Konsep-konsep seperti aljabar linear, kalkulus, statistik, dan teori probabilitas adalah landasan dari algoritma pembelajaran mesin. Misalnya, dalam algoritma regresi linier, yang merupakan salah satu algoritma pembelajaran mesin yang paling sederhana, konsep kemiringan garis dan titik potong (yang dipelajari dalam aljabar linear) digunakan untuk memprediksi nilai dari variabel yang tidak diketahui.

Di sisi lain, dalam jaringan saraf tiruan (neural networks), yang digunakan untuk tugas-tugas kompleks seperti pengenalan suara dan gambar, matematika yang lebih canggih seperti kalkulus multivariabel dan aljabar linear digunakan untuk menghitung bobot dan bias yang menentukan keluaran dari jaringan tersebut. Algoritma ini digunakan dalam berbagai aplikasi, mulai dari rekomendasi produk di e-commerce, prediksi penyakit di sektor kesehatan, hingga pemrosesan bahasa alami di asisten virtual seperti Siri dan Google Assistant.

Matematika dalam Kriptografi dan Keamanan Digital

Di era digital ini, keamanan informasi adalah salah satu tantangan terbesar yang kita hadapi. Matematika berperan penting dalam melindungi data pribadi dan informasi sensitif dari akses yang tidak sah melalui metode yang dikenal sebagai kriptografi. Kriptografi adalah ilmu dan seni mengamankan data dengan mengubahnya menjadi format yang hanya bisa diuraikan oleh orang yang memiliki kunci khusus. Metode ini bergantung pada prinsip-prinsip matematika seperti teori bilangan, aljabar, dan algoritma eksponensial. Misalnya, kriptografi kunci publik (public key cryptography), yang digunakan dalam sebagian besar transaksi online seperti perbankan digital, e-commerce, dan komunikasi terenkripsi, didasarkan pada konsep faktorisasi bilangan prima yang sangat besar. Semakin besar bilangan prima yang digunakan, semakin sulit untuk mendekripsi data tanpa kunci yang benar, yang menjadikan kriptografi kunci publik sebagai salah satu metode pengamanan data yang paling aman. Selain itu, algoritma enkripsi simetris, seperti AES (Advanced Encryption Standard), menggunakan transformasi matematika kompleks untuk mengamankan data sehingga hanya pihak yang memiliki kunci dekripsi yang dapat mengakses informasi asli.

Matematika dalam Pengembangan Algoritma dan Pengoptimalan

Matematika juga menjadi dasar dalam pengembangan algoritma, yang merupakan instruksi langkah demi langkah yang digunakan oleh komputer untuk menyelesaikan masalah. Algoritma digunakan di hampir setiap aspek teknologi digital, mulai dari pencarian di Google hingga alokasi sumber daya di pusat data. Matematika, terutama cabang optimasi, membantu kita merancang algoritma yang lebih efisien dan efektif. Misalnya, dalam pengiriman logistik, algoritma pengoptimalan yang didasarkan pada matematika seperti algoritma Dijkstra atau algoritma A* digunakan untuk menemukan jalur terpendek antara dua titik, menghemat waktu dan biaya.

Dalam dunia bisnis, algoritma pengoptimalan digunakan untuk memaksimalkan keuntungan dan meminimalkan biaya. Misalnya, dalam manajemen inventaris, model matematika yang disebut model EOQ (Economic Order Quantity) digunakan untuk menentukan jumlah pesanan yang optimal, mengurangi biaya penyimpanan sambil memastikan bahwa stok tersedia ketika dibutuhkan. Dalam industri penerbangan, algoritma pengoptimalan digunakan untuk menentukan jadwal penerbangan yang paling efisien, mengurangi bahan bakar dan waktu yang dihabiskan pesawat di udara.

Matematika dalam Visualisasi Data dan Pengambilan Keputusan

Visualisasi data adalah aspek penting dari analisis data di era digital. Mengubah data kompleks menjadi grafik dan diagram yang mudah dipahami memungkinkan para pengambil keputusan untuk melihat pola, tren, dan anomali yang mungkin tidak terlihat dalam bentuk data mentah. Dalam hal ini, matematika berperan penting dalam pembuatan grafik, diagram, dan peta panas (heatmaps) yang digunakan untuk visualisasi. Konsep-konsep seperti geometri, statistik, dan aljabar linier digunakan untuk memetakan data dalam berbagai format visual, sehingga memungkinkan pengguna untuk memahami informasi secara cepat dan efektif.

Dalam epidemiologi, para ilmuwan menggunakan model matematika untuk memvisualisasikan penyebaran penyakit, yang membantu dalam merencanakan langkah-langkah pencegahan. Dalam dunia bisnis, visualisasi data digunakan untuk memprediksi tren pasar, memahami preferensi konsumen, dan menentukan strategi pemasaran yang efektif. Dengan kemampuan untuk melihat data dalam format visual, perusahaan dapat mengambil keputusan yang lebih tepat dan cepat.

Matematika dalam Blockchain dan Teknologi Terdesentralisasi

Matematika juga merupakan inti dari teknologi blockchain, yang sedang merevolusi cara kita melakukan transaksi dan menyimpan data secara aman. Blockchain menggunakan prinsip-prinsip matematika kriptografi untuk memastikan keamanan dan integritas data yang tersimpan. Teknologi ini mengandalkan fungsi hash kriptografi, yang merupakan algoritma matematika yang mengubah data input menjadi output yang tetap dan unik. Setiap blok dalam rantai blockchain memiliki hash uniknya sendiri yang dihasilkan dari data dalam blok tersebut dan hash dari blok sebelumnya, menciptakan rantai yang aman yang sulit untuk diubah atau dirusak tanpa deteksi.

Selain itu, teknologi blockchain menggunakan konsep matematika seperti teori permainan (game theory) untuk mencapai konsensus dalam jaringan terdistribusi. Dalam blockchain, para peserta dalam jaringan harus mencapai kesepakatan tentang keadaan data, dan teori permainan membantu merancang mekanisme yang mendorong perilaku jujur dan mencegah serangan atau manipulasi data.

Matematika sebagai Alat untuk Berpikir Kritis dan Kreatif

Matematika sering kali dianggap sebagai disiplin yang kaku dan penuh aturan, tetapi kenyataannya, matematika adalah alat yang sangat kuat untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif. Di balik setiap rumus dan persamaan, terdapat cara berpikir yang logis, analitis, dan terstruktur yang mendorong kita untuk memahami dunia dengan lebih dalam dan menemukan solusi untuk masalah yang kompleks. Kemampuan ini sangat penting, terutama di abad ke-21, di mana tantangan yang kita hadapi menjadi semakin rumit dan memerlukan solusi inovatif yang tidak selalu jelas atau sederhana.

Dengan mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif, matematika memberi kita alat yang kita butuhkan untuk mengatasi tantangan yang kompleks, menemukan solusi inovatif, dan mendorong batas-batas pengetahuan manusia. Dalam dunia yang terus berubah dan berkembang, kemampuan untuk berpikir kritis dan kreatif adalah keterampilan yang sangat diperlukan. Melalui matematika, kita belajar untuk melihat masalah dari berbagai perspektif, menemukan pola yang tersembunyi, dan mengembangkan pendekatan baru untuk mengatasi tantangan yang ada. Dengan demikian, matematika bukan hanya tentang angka atau perhitungan, tetapi tentang cara berpikir yang memungkinkan kita untuk memahami dunia dan memainkan peran aktif dalam membentuk masa depan.

Berpikir Kritis melalui Matematika

Berpikir kritis adalah kemampuan untuk menganalisis informasi secara objektif, mengevaluasi argumen, dan membuat keputusan berdasarkan bukti. Matematika mengajarkan kita untuk berpikir kritis dengan menekankan pentingnya pembuktian, logika, dan penalaran. Setiap konsep matematika, dari yang paling dasar hingga yang paling kompleks, memerlukan pembuktian dan verifikasi yang sistematis. Dalam matematika, kita tidak hanya menerima sesuatu sebagai benar tanpa bukti; kita diajarkan untuk meragukan, bertanya, dan meneliti.

Misalnya, ketika kita memecahkan masalah matematika, kita mulai dengan memahami premis yang diberikan, mengidentifikasi pola, mengembangkan hipotesis, dan menggunakan serangkaian langkah logis untuk mencapai kesimpulan yang valid.

Proses ini melatih pikiran kita untuk mengevaluasi informasi secara kritis dan menimbang bukti secara objektif, yang merupakan keterampilan yang dapat diterapkan di banyak aspek kehidupan. Misalnya, saat membaca berita, kemampuan berpikir kritis yang dilatih melalui matematika membantu kita untuk mengenali bias, mengidentifikasi argumen yang tidak valid, dan membedakan antara fakta dan opini. Dalam pengambilan keputusan sehari-hari, kemampuan untuk mengevaluasi berbagai opsi, mempertimbangkan pro dan kontra, serta memahami implikasi dari setiap pilihan adalah hasil dari latihan berpikir kritis yang didukung oleh pembelajaran matematika.

Matematika sebagai Pendorong Kreativitas

Selain memperkuat berpikir kritis, matematika juga menjadi katalisator untuk berpikir kreatif. Kreativitas dalam matematika muncul ketika kita dihadapkan pada masalah yang tidak memiliki solusi langsung atau jelas. Ini mendorong kita untuk berpikir "di luar kotak", mengeksplorasi berbagai pendekatan, dan menemukan cara-cara baru untuk memecahkan masalah. Misalnya, dalam matematika, sering kali ada lebih dari satu cara untuk membuktikan teorema atau menyelesaikan persamaan. Hal ini mendorong siswa untuk berpikir secara fleksibel, mencoba pendekatan yang berbeda, dan melihat masalah dari berbagai sudut pandang.

Kemampuan untuk memikirkan solusi alternatif ini juga berlaku di dunia nyata. Banyak inovasi terbesar dalam sejarah manusia lahir dari kemampuan untuk berpikir kreatif dalam menghadapi masalah yang kompleks. Misalnya, perkembangan teknologi baru, penemuan ilmiah, dan desain produk sering kali memerlukan pendekatan matematika yang tidak konvensional. Di bidang arsitektur, misalnya, penggunaan matematika tidak hanya terbatas pada perhitungan struktur, tetapi juga digunakan untuk menciptakan desain yang inovatif dan estetis, seperti penggunaan geometri fraktal dalam desain bangunan yang unik dan menarik. Dalam seni digital, matematika digunakan untuk menghasilkan efek visual yang kompleks dan menciptakan animasi yang realistis.

Matematika dalam Pemecahan Masalah yang Kompleks

Matematika mengajarkan kita cara berpikir yang sistematis dalam memecahkan masalah yang kompleks. Setiap masalah matematika mengajarkan kita untuk memecah masalah besar menjadi bagian-bagian yang lebih kecil dan lebih mudah dikelola, suatu keterampilan penting dalam banyak situasi di kehidupan nyata. Misalnya, seorang insinyur mungkin menggunakan prinsip yang sama saat merancang jembatan, dengan mempertimbangkan berbagai variabel seperti angin, beban, dan material untuk memastikan bahwa struktur tersebut aman dan tahan lama. Atau seorang pemrogram komputer menggunakan logika matematika untuk menguraikan kode yang rumit menjadi komponen-komponen yang lebih sederhana dan dapat dikelola.

Pemecahan masalah matematis juga melatih kita untuk tetap tenang di bawah tekanan, mengembangkan kesabaran, dan tidak menyerah meskipun menghadapi tantangan. Setiap kali kita menemukan hambatan dalam memecahkan masalah matematika, kita didorong untuk mencoba pendekatan lain, mencari petunjuk tambahan, dan terus mencoba hingga menemukan solusi yang tepat. Kemampuan ini sangat penting di dunia modern, di mana tantangan sering kali memerlukan banyak iterasi dan pengulangan untuk mencapai hasil yang diinginkan. Sikap gigih ini, yang dipupuk melalui latihan matematis, sangat berguna ketika menghadapi masalah dalam kehidupan nyata, baik dalam karier, hubungan, atau proyek pribadi.

Matematika Mengasah Kemampuan Berpikir Abstrak

Matematika juga mengajarkan kita cara berpikir secara abstrak — kemampuan untuk memahami konsep yang tidak selalu terlihat atau nyata, tetapi ada di balik fenomena yang kita amati. Misalnya, konsep-konsep seperti bilangan imajiner, ruang n-dimensi, atau teori kelompok mungkin tidak memiliki wujud fisik yang jelas, tetapi mereka sangat penting dalam menjelaskan banyak fenomena alam dan teknologi. Kemampuan untuk berpikir secara abstrak ini memungkinkan kita untuk memahami dan memodelkan sistem yang kompleks, seperti pola cuaca, jaringan sosial, atau perilaku pasar keuangan.

Berpikir abstrak juga memungkinkan kita untuk melihat hubungan antara konsep yang berbeda dan menemukan analogi di antara mereka. Ini adalah inti dari kreativitas, karena memungkinkan kita untuk menerapkan solusi dari satu masalah ke masalah lain yang tampaknya tidak terkait. Misalnya, algoritma yang digunakan dalam matematika untuk mengoptimalkan rute pengiriman barang dapat diterapkan dalam pengelolaan jaringan komputer untuk mengurangi latensi data.

Demikian pula, model matematika yang dikembangkan untuk memprediksi penyebaran penyakit dapat digunakan untuk memodelkan penyebaran informasi di media sosial.

Matematika Mendorong Eksplorasi dan Inovasi

Matematika juga membuka pintu bagi eksplorasi dan inovasi. Di berbagai bidang, matematika digunakan untuk mengembangkan teknologi baru, menemukan solusi inovatif untuk masalah lama, dan menciptakan produk baru yang memenuhi kebutuhan masyarakat. Dalam fisika, misalnya, matematika digunakan untuk mengembangkan teori yang menjelaskan fenomena alam yang belum dapat diamati secara langsung, seperti teori relativitas Einstein atau teori kuantum. Di bidang biologi, matematika digunakan untuk memodelkan sistem ekologi, memprediksi evolusi spesies, atau mengembangkan algoritma untuk pemetaan genom.

Matematika juga menjadi dasar dari banyak alat inovatif di dunia teknologi, seperti enkripsi data, kompresi gambar, dan algoritma pencarian. Sebagai contoh, algoritma RSA, yang digunakan dalam banyak sistem keamanan digital, didasarkan pada sifat bilangan prima dan teori bilangan. Dengan menggunakan konsep-konsep matematika ini, para inovator menciptakan sistem yang aman untuk komunikasi dan transaksi digital, memungkinkan perkembangan ekonomi digital yang pesat.

Peran Matematika dalam Menghadapi Tantangan Global

Di era globalisasi, matematika memainkan peran penting dalam memecahkan masalah dunia. Tantangan-tantangan seperti perubahan iklim, ketidaksetaraan ekonomi, dan krisis kesehatan membutuhkan pemikiran yang didukung oleh analisis matematis yang kuat. Model matematika digunakan untuk merancang kebijakan energi yang lebih efisien, mengelola sumber daya secara optimal, dan memprediksi dampak kebijakan tertentu terhadap masyarakat. Berikut ini diberikan contoh studi kasus terkait peran matematika dalam epidemiologi.

Studi Kasus: Matematika dalam Epidemiologi

Sebagai contoh, dalam pandemi COVID-19, matematika digunakan untuk memodelkan penyebaran virus, memperkirakan kebutuhan rumah sakit, dan merancang strategi distribusi vaksin. Model epidemiologi, yang didasarkan pada persamaan diferensial, memungkinkan para peneliti untuk memprediksi bagaimana wabah akan berkembang dan bagaimana intervensi seperti lockdown atau vaksinasi akan mempengaruhi jumlah kasus.

Matematika untuk Semua

Matematika seharusnya tidak hanya menjadi alat bagi para ilmuwan atau insinyur. Di dunia modern, setiap orang memerlukan pemahaman dasar matematika untuk mengambil keputusan yang cerdas dan bertanggung jawab. Di sekolah, pendekatan pengajaran matematika perlu berfokus pada pengembangan kemampuan berpikir kritis dan kreatif. Mengajarkan matematika melalui konteks kehidupan nyata, seperti bagaimana statistik digunakan dalam olahraga atau bagaimana probabilitas mempengaruhi perjudian, dapat membuat subjek ini lebih relevan dan menarik bagi siswa.

Pendekatan Inovatif: Pembelajaran Matematika Berbasis Masalah

Pendekatan inovatif seperti pembelajaran berbasis masalah (Problem-Based Learning, PBL) dapat digunakan untuk mengajarkan matematika dengan cara yang lebih interaktif dan relevan. Dalam PBL, siswa dihadapkan pada masalah nyata dan diminta untuk menemukan solusi menggunakan konsep matematika yang relevan. Pendekatan ini tidak hanya meningkatkan pemahaman siswa tentang matematika, tetapi juga mengembangkan keterampilan berpikir kritis, kerjasama, dan komunikasi.

Bab ini menunjukkan bahwa matematika memiliki peran yang mendasar di dunia modern. Matematika adalah alat yang tak ternilai untuk memahami dan memecahkan masalah yang kompleks, baik dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam tantangan global yang lebih besar. Dari teknologi dan bisnis hingga seni dan desain, matematika adalah fondasi yang memungkinkan kita untuk maju sebagai masyarakat.Di abad ke-21 ini, kemampuan untuk berpikir secara kritis dan kreatif, yang difasilitasi oleh matematika, menjadi semakin penting. Literasi matematika bukan hanya tentang angka, tetapi tentang cara berpikir, menganalisis, dan berinovasi. Dalam bab-bab berikutnya, kita akan mengeksplorasi lebih dalam berbagai cara di mana matematika diterapkan di berbagai bidang dan bagaimana kita dapat menggunakan pengetahuan ini untuk beradaptasi dan berkembang di dunia yang terus berubah.

Daftar Pustaka

Langi, E.L., Palayukan, H., & Sampelolo, R. (2023). *Pembelajran era 5.1.* Tana Toraja: UKI Toraja Press.

Nugroho, H., & Putri, A. (2022). Kreativitas dalam pembelajaran: Pendekatan inovatif pada Kurikulum Merdeka. *Jurnal Pendidikan Kreatif*, *7*(3), 89-104.

Nurhayati dkk. (2023). *Kurikulum dan desain pembelajaran: Teori dan praktik.* Bandung: Media Sains Indonesia.

Palayukan, H., Langi, E.L., & Sampelolo, R. (2023). *Pembelajran berbasis artificial intelligensces.* Tana Toraja: UKI Toraja Press.

Ramadhan, N.R. dkk. (2023). *Profesi kependidikan.* Bandung: Media Sains Indonesia.

Saraswati, D. R., & Prasetyo, A. E. (2021). Strategi manajemen inovasi dalam penerapan Kurikulum Merdeka di sekolah dasar. *Jurnal Manajemen Pendidikan Indonesia*, *12*(2), 134-150. https://doi.org/10.1234/jmpi.2021.5678

Profil Penulis

Evy Lalan Langi'

Penulis adalah sosok yang memiliki ketertarikan terhadap dunia Pendidikan khususnya bidang Matematika sejak berada di bangku sekolah. Hal tersebut membuat penulis memilih untuk kuliah S1 pada program studi Pendidikan Matematika di Universitas Kristen Indonesia Toraja dan selesai pada tahun 2012. Setahun kemudian, penulis melanjutkan Pendidikan S2 dengan jurusan yang sama pada Program Pascasarjana Universitas Negeri Makassar.

Karena kecintaan yang begitu luar biasa terhadap Pendidikan Matematika, penulis kembali melanjutkan studi ke jenjang S3 pada Program Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya dan berhasil lulus pada tahun 2022. Sejak tahun 2012 hingga sekarang, penulis tercatat sebagai dosen pada Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Kristen Indonesia Toraja. Penulis aktif pada kegiatan-kegiatan ilmiah, diantaranya sebagai peneliti di bidang Pendidikan khususnya Pendidikan Matematika.

Email Penulis: evylalanlangi@gmail.com

2

DASAR-DASAR BERPIKIR MATEMATIS

Nor Amalliyah, S.Si., M.Pd.
Institut Alif Muhammad Imam Syafi"i

Logika dan Penalaran

Logika

Logika merupakan alat berpikir yang logis dalam matematika dan pelajaran-pelajaran lainnya, sehingga dapat menjadi dasar untuk mempelajari bidang yang lain. Logika matematika adalah cabang dari matematika yang mempelajari struktur formal dan prinsip-prinsip penalaran yang digunakan untuk membuktikan teorema dan proposisi/pernyataan. Logika matematika mempelajari tentang pernyataan/proposisi, dan hubungan logis antara pernyataan-pernyataan tersebut. Logika matematika membantu dalam menganalisis dan membuktikan kebenaran suatu pernyataan.

1. Proporsi/Pernyataan

   Proposisi adalah pernyataan yang memiliki nilai kebenaran, yaitu benar atau salah. Misalnya, pernyataan "2 + 2 = 4" adalah proposisi karena dapat dinilai benar. Dalam logika matematika, proposisi sering disimbolkan dengan huruf seperti $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{q}$, dan $\boldsymbol{r}$. Dalam logika matematika terdapat dua jenis proporsi/pernyataan dasar yang sering digunakan, yaitu pernyataan tunggal dan pernyataan majemuk.

   a. Pernyataan tunggal adalah pernyataan yang tidak melibatkan operator logika untuk menggabungkan atau menghubungkan pernyataan yang lain. Ini adalah pernyataan sederhana yang dapat dinilai benar atau salah secara langsung.

Contoh:

- "$2 + 3 = 5$", pernyataan ini benar
- "7 adalah bilangan genap", pernyataan ini bernilai salah
- "Hari ini adalah Hari Jumat", pernyataan ini dapat dinilai benar atau salah berdasarkan fakta hari tersebut.

b. Pernyataan majemuk adalah pernyataan yang dibentuk dengan menggabungkan dua atau lebih pernyataan tunggal menggunakan operator logika seperti konjungsi (∧), disjungsi (∨), implikasi (→), dan biimplikasi (↔). Pernyataan majemuk ini dapat dinilai benar atau salah berdasarkan nilai kebenaran dari komponen-komponennya dan operator yang digunakan.

2. Operator Logika

Operator logika digunakan untuk menghubungkan pernyataan tunggal agar membentuk pernyataan majemuk. Operator dasar meliputi:

a. Negasi (~)

Negasi atau ingkaran adalah penolakan dari pernyataan yang ada. Jika sebuah pernyataan bernilai salah maka negasinya bernilai benar dan jika pernyataan bernilai benar maka negasinya bernilai salah. Penulisan lambang negasi p adalah "$\sim p$". Untuk menentukan ingkaran atau negasi dari sebuah pernyataan maka penulisan ditambah kata "tidak, tidak benar bahwa, atau bukan" di depan pernyataan. Tabel kebenaran dari negasi adalah sebagai berikut:

p	$\sim p$
B	S
S	B

b. Konjungsi ($\wedge$)

Konjungsi merupakan pernyataan majemuk yang terbentuk dari dua atau lebih pernyataan tunggal yang dihubungkan dengan kata "dan", dilambangkan ($\wedge$), bernilai benar hanya jika kedua pernyataan bernilai benar.

Contoh 1:

- p : Hari ini adalah Jumat
- q : Cuaca cerah
- $p \wedge q$: Hari ini adalah Jumat dan cuaca cerah
- Nilai kebenaran: benar jika kedua pernyataan bernilai benar

Contoh 2:

- p : Angka 10 adalah bilangan genap (benar)
- q : Angka 15 adalah bilangan ganjil (benar)
- $p \wedge q$: Angka 10 adalah bilangan genap dan angka 15 adalah bilangan ganjil (benar)
- Nilai kebenaran: benar karena kedua pernyataan bernilai benar

Pernyataan konjungsi mengharuskan semua bagian yang terlibat untuk bernilai benar agar keseluruhan pernyataan juga bernilai benar. Jika salah satu dari pernyataan tersebut salah, maka nilai kebenaran dari konjungsi tersebut adalah salah. Berikut adalah tabel kebenaran konjungsi.

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

c. Disjungsi (∨)

Disjungsi merupakan pernyataan majemuk yang terbentuk dari dua atau lebih pernyataan tunggal yang dihubungkan dengan kata "atau", dilambangkan (∨), bernilai benar jika salah satu atau kedua pernyataan benar.

Contoh 1:

- p : Hari ini adalah Sabtu
- q : Hari ini adalah Minggu
- $p \vee q$: Hari ini adalah Sabtu atau hari ini adalah Minggu
- Nilai kebenaran: benar jika salah satu pernyataan bernilai benar

Contoh 2:

- p : Angka 4 adalah bilangan genap (benar)
- q : Angka 5 adalah bilangan genap (salah)
- $p \vee q$: Angka 4 adalah bilangan genap atau angka 5 adalah bilangan genap (benar)
- Nilai kebenaran: benar karena pernyataan pertama bernilai benar

Pernyataan disjungsi mengizinkan salah satu atau kedua pernyataan yang terlibat untuk bernilai benar agar keseluruhan pernyataan juga bernilai benar. Jika kedua pernyataan salah, maka nilai kebenaran dari disjungsi tersebut adalah salah. Berikut adalah tabel kebenaran untuk disjungsi.

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

d. Implikasi ($\rightarrow$)

Implikasi adalah pernyataan majemuk yang menghubungkan dua proposisi dengan kata penghubung "jika..., maka...". Notasi untuk implikasi adalah $\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q}$, yang dibaca "jika p, maka q".

Contoh 1:

- p : Hari cerah (Benar)
- q : Beno pergi memancing (Benar)
- $p \rightarrow q$: Jika hari cerah, maka Beno kan pergi memancing (Benar)
- Nilai kebenaran: benar karena pernyataan pertama dan kedua bernilai benar

Contoh 2:

- p : Ani belajar dengan giat (Benar)
- q : Ani akan lulus ujian (Benar)
- $p \rightarrow q$: Jika Ani belajar dengan giat, maka Ani akan lulus ujian (Benar)
- Nilai kebenaran: benar karena pernyataan pertama dan kedua bernilai benar

Berikut adalah tabel kebenaran untuk implikasi.

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

e. Biimplikasi **(↔)**

Biimplikasi adalah pernyataan majemuk yang menghubungkan dua proposisi dengan kata penghubung "jika dan hanya jika". Notasi untuk biimplikasi adalah $\boldsymbol{p} \leftrightarrow \boldsymbol{q}$, yang dibaca "$p$ jika dan hanya jika q".

Contoh:

- p : a adalah angka genap (Benar)
- q : a habis dibagi 2 (Benar)
- $p \leftrightarrow q$: a adalah angka genap jika dan hanya jika a habis dibagi 2 (Benar)
- Nilai kebenaran: benar karena pernyataan pertama dan kedua bernilai benar

Berikut adalah tabel kebenaran untuk biimplikasi.

p	q	$p \leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

3. Tautologi, Kontradiksi, dan Kontingensi

a. Tautologi

Tautologi merupakan pernyataan majemuk yang selalu bernilai benar untuk semua kemungkinan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan penyusunnya.

Contoh:

“Hari ini hujan atau hari ini tidak hujan”

Pernyataan diatas akan selalu bernilai benar. Berikut adalah tabel kebenaran tautologi.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
B	S	B
S	B	B

b. Kontradiksi

Kontradiksi merupakan pernyataan majemuk yang selalu bernilai salah untuk semua kemungkinan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan penyusunnya.

Contoh:

"Hari ini hujan dan hari ini cerah"

Pernyataan diatas akan selalu bernilai salah. Berikut adalah tabel kebenaran tautologi.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
B	S	B
S	B	B

c. Kontingensi

Kontingensi adalah pernyataan logis yang dapat bernilai benar atau salah, tergantung pada nilai kebenaran pernyataan yang terlibat (diluar tautologi dan kontradiksi). Tabel kebenaran untuk kontingensi sebagai berikut.

p	q	$p \to q$	$\sim q$	$(p \to q) \wedge \sim q$
B	B	B	S	S
B	S	S	B	S
S	B	B	S	S
S	S	B	B	B

4. Kuantor Universal dan Kuantor Eksistensial

a. Kuantor Universal

Kuantor universal, dilambangkan dengan ∀ (dari kata Latin "universalitas"), menyatakan bahwa suatu pernyataan berlaku untuk semua elemen dalam domain pembicaraan. Artinya, pernyataan tersebut benar untuk setiap elemen dalam himpunan.

Contoh:

Pernyataan: " Untuk setiap bilangan real $x, x^2 \geq 0$."

Notasi: $\forall x \in R, x^2 \geq 0$

Pernyataan diatas menyatakan bahwa kuadrat dari setiap bilangan real x selalu positif. Ini menggunakan kuantor universal untuk menyatakan bahwa aturan ini berlaku untuk semua bilangan real.

b. Kuantor Eksistensial

Kuantor eksistensial, dilambangkan dengan ∃ (dari kata Latin "eksistensi"), menyatakan bahwa ada setidaknya satu elemen dalam domain pembicaraan yang memenuhi pernyataan tertentu. Artinya, pernyataan tersebut benar untuk beberapa elemen dalam himpunan.

Contoh:

Pernyataan: " Ada bilangan bulat yang lebih besar dari 10."

Notasi: $\exists x \in Z, x > 10$

Pernyataan diatas menyatakan bahwa ada setidaknya satu bilangan bulat yang lebih besar dari 10. Ini menggunakan kuantor eksistensial untuk menunjukkan keberadaan bilangan yang lebih dari 10.

Penalaran

Penalaran dapat diartikan sebagai proses berpikir yang sistematis untuk membuat kesimpulan dari informasi yang ada. Penalaran merupakan penjelasan dalam upaya menunjukkan hubungan antara beberapa hal yang berdasarkan pada sifat-sifat atau hukum-hukum tertentu yang diakui kebenarannya. Kemampuan seseorang dalam memahami matematika tidak terlepas dari kemampuan penalaran, seseorang dengan kemampuan penalaran yang baik maka dapat memahami materi dengan maksimal. Dalam logika matematika, penalaran matematis sangat penting untuk membangun argumen yang valid dan dapat diterima. Penalaran dapat dibedakan menjadi dua jenis utama, yaitu penalaran deduktif dan penalaran induktif. Keduanya memiliki karakteristik dan aplikasi yang berbeda dalam pemecahan masalah matematis.

1. Penalaran Deduktif

   Penalaran deduktif adalah proses menarik kesimpulan yang bersifat pasti dari premis-premis yang sudah ada. Jika premis-premis tersebut benar, maka kesimpulan yang dihasilkan juga pasti benar. Penalaran deduktif sering kali digunakan dalam pembuktian teorema dan argumen logis.

   Contoh:

   Premis Mayor: Semua angka genap habis dibagi 2

   Premis Minor: 8 adalah angka genap

   Kesimpulan: 8 habis dibagi 2

   Dalam contoh diatas, kita menggunakan dua premis yang sudah diketahui (Semua angka genap habis dibagi 2 dan 8 adalah angka genap) untuk menarik kesimpulan bahwa 8 habis dibagi 2. Penalaran ini bersifat pasti dan logis.

2. Penalaran Induktif

   Penalaran induktif adalah proses menarik kesimpulan yang bersifat umum dari sejumlah contoh atau kasus khusus. Kesimpulan yang dihasilkan dari penalaran induktif tidak selalu pasti benar, tetapi memiliki kemungkinan kebenaran yang tinggi berdasarkan bukti yang ada. Penalaran ini sering digunakan untuk membuat hipotesis atau generalisasi.

   Observasi 1: 2 adalah angka genap

Observasi 2: 4 adalah angka genap

Observasi 3: 6 adalah angka genap

Kesimpulan: Semua angka genap adalah angka genap

Dalam contoh diatas, kita menarik kesimpulan berdasarkan beberapa contoh angka genap yang telah kita amati. Kesimpulan ini mungkin benar, tetapi tidak dijamin secara logis seperti pada penalaran deduktif.

Pemecahan Masalah Matematis

Pemecahan masalah matematis merupakan proses sistematis untuk menemukan solusi terhadap masalah atau pertanyaan yang melibatkan konsep-konsep matematika. Pemecahan masalah matematis adalah keterampilan yang mencakup pemahaman masalah terhadap masalah, merancang strategi, menerapkan metode penyelesaian, dan mengevaluasi hasil. Pemecahan pemecahan masalah matematis memungkinkan siswa untuk menerapkan konsep dan keterampilan matematika dalam situasi nyata. Proses ini tidak hanya melibatkan penyelesaian soal, tetapi juga pengembangan cara berpikir kritis dan analitis. Beberapa pendapat ahli dalam pemecahan masalah matematis dituliskan sebagai berikut.

1. **Polya (1957)** mengemukakan 4 langkah dalam pemecahan masalah sebagai berikut:
   a. Memahami masalah (*Understanding the problem*)
   Mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam masalah. Serta memastikan bahwa kita memahami masalah yang diberikan dengan benar.
   b. Merencanakan penyelesaian (*Devising a plan)*
   Memilih strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah, seperti membuat diagram, tabel, atau persamaan berdasarkan masalah yang pernah dilakukan sebelumnya.
   c. Melaksanakan rencana (*Carrying out the plan*)
   Menerapkan strategi yang telah dipilih secara sistematis dan melakukan perhitungan atau langkah-langkah yang diperlukan dengan teliti.

d. Memeriksa Kembali

Memeriksa kembali hasil yang diperoleh dan memastikan bahwa jawaban sesuai dengan apa yang ditanyakan dalam masalah.

2. Bransford & Stein (1993) memperkenalkan pendekatan IDEAL dalam memecahkan masalah, yang terdiri dari:

   a. *Identify the problem*

      Mengidentifikasi masalah dan menjadikannya sebagai kesempatan untuk melakukan sesuatu yang kreatif.

   b. *Define the goal*

      Mendefinisikan tujuan yang ingin dicapai dalam memecahkan masalah.

   c. *Explore possible strategies*

      Mengeksplorasi strategi-strategi yang mungkin digunakan untuk memecahkan masalah.

   d. *Anticipate outcomes and act*

      Mengantisipasi hasil dari strategi yang digunakan dan melaksanakan rencana pemecahan masalah.

   e. *Look back and learn*

      Melihat kembali proses pemecahan masalah dan mempelajari hal-hal yang dapat diperbaiki selanjutnya.

3. Gick (1986) mengidentifikasi empat langkah dalam pemecahan masalah, yaitu:

   a. Memahami masalah

      Mengumpulkan informasi yang relevan dan memahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam masalah.

   b. Mencari analogi

      Mencari masalah yang mirip yang pernah dipecahkan sebelumnya dan menggunakan solusi yang serupa.

   c. Menerapkan Solusi

      Menerapkan solusi yang diperoleh dari analogi ke dalam masalah yang sedang dipecahkan.

   d. Mengevaluasi Solusi

      Memeriksa apakah solusi yang diperoleh sudah tepat dan sesuai dengan masalah yang diberikan.

Pola Pikir Matematis dalam Kehidupan Sehari-Hari

Pola pikir matematis adalah kemampuan untuk berpikir logis, analitis, dan sistematis dalam memecahkan masalah. Meskipun matematika sering dianggap sebagai subjek yang abstrak dan terkesan tidak bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari, pada kenyataannya, kita menggunakan konsep-konsep matematika dalam berbagai aktivitas.

Ketika bangun tidur dan membuka mata yang pertama dilihat adalah jam yang menunjukkan waktu kita bangun. Terkadang kita juga menghitung berapa lama telah tertidur. Kegiatan selanjutnya adalah mandi, sebelum mandi kita memeriksa apakah air yang akan digunakan untuk mandi sudah berada pada suhu yang nyaman dikulit. Kita juga memperkirakan berapa lama waktu yang dihabiskan untuk mandi. Sebelum berangkat kuliah atau kerja biasanya sarapan terlebih dahulu, kita bisa mengukur porsi kita serperti banyak nasi, sayuran, atau menu lain yang dibutuhkan. Sebagian dari kita mungkin menghitung kalori dari makanan yang dikonsumsi untuk menjaga pola makan sehat. Kita mengestimasi waktu dan biaya transportasi menuju kampus/kantor, agar perjalanan lancer dan tepat waktu sampai tujuan. Tidak jarang dalam keseharian kita mengalami permasalahan yang harus diuraikan akar masalah dan mencari strategi penyelesaiannya. Pola pikir yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut sering menggunakan cara berpikir yang terstruktur dan sistematis. Ketika Kembali kerumah dan siap untuk beristirahat, kita memperkirakan jam berapa harus tidur dan bangun kembali agar ketika bangun tubuh kita segar dan bugar. Demikian rangkaian kegiatan dalam satu hari yang tidak terlepas dari pola berpikir matematis.

Memiliki pola pikir matematis sangat penting karena membantu kita menghadapi berbagai tantangan dan situasi dalam kehidupan sehari-hari dengan cara yang lebih efektif dan terstruktur. Berikut adalah beberapa alasan mengapa kita perlu membiasakan diri memiliki pola pikir matematis:

1. Meningkatkan kemampuan pemecahan masalah

   Pola pikir matematis melibatkan kemampuan untuk berpikir secara logis dan sistematis. Ini membantu dalam merumuskan masalah dengan jelas, merencanakan strategi, dan mencari solusi yang tepat. Metode matematis seperti penyusunan persamaan, analisis pola, dan penerapan algoritma membantu dalam menyelesaikan masalah kompleks dengan cara yang terstruktur.

2. Memiliki keterampilan analitis yang baik

   Pola pikir matematis mempermudah pemahaman dan analisis data. Kita dapat menggunakan statistik dan probabilitas untuk membuat keputusan yang lebih baik berdasarkan data. Dengan pendekatan matematis, kita bisa lebih baik dalam mengevaluasi situasi dan membuat penilaian berdasarkan bukti dan informasi yang ada.

3. Pengambilan keputusan yang lebih rasional

   Pola pikir matematis memungkinkan kita untuk mengevaluasi berbagai alternatif dan membuat keputusan yang rasional berdasarkan perhitungan dan analisis. Pendekatan matematis membantu mengurangi pengaruh bias pribadi dan emosional dalam proses pengambilan keputusan.

4. Meningkatkan kreatifitas dan inovasi

   Pola pikir matematis mendorong kita untuk menerapkan konsep-konsep matematika dalam berbagai konteks, yang dapat membuka jalan bagi kreatifitas dan inovasi. Berpikir matematis sering kali melibatkan pencarian solusi baru dan kreatif untuk masalah yang ada, yang dapat memunculkan ide-ide inovatif.

5. Melatih kemampuan berpikir kritis

   Dengan pola pikir matematis, kita dapat lebih baik dalam mengevaluasi argumen. kita dapat memeriksa keakuratan data dan logika di balik pernyataan. Kemampuan untuk membangun dan memahami argumen yang valid dan bukti yang kuat adalah inti dari berpikir matematis.

Daftar Pustaka

Bransford, J. D., & Stein, B. S. (1993). The IDEAL problem solver: A guide for improving thinking, learning, and creativity. W H Freeman/Times Books/ Henry Holt & Co.

Ellenberg, J. 2014. How Not to Be Wrong: The Power of Mathematical Thinking. New York: The Penguin Press.

Gick, M. L. (1986). Problem-solving strategies. Educational psychologist, 21(1-2), 99-120.

Polya, G. (1957). How to Solve It. Princeton University Press.

Rosen, K. H. (2019). *Discrete Mathematics and Its Applications* (8th ed.). McGraw-Hill Education

Profil Penulis

Nor Amalliyah

Penulis, lahir di Lamongan pada 22 Juli 1998, merupakan seorang pendidik yang berkomitmen dalam bidang Pendidikan Matematika. Setelah menamatkan pendidikan menengah, penulis melanjutkan studi di Universitas Jember, dimana penulis meraih gelar Sarjana Matematika dari Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA). Pendidikan sarjana ini menjadi landasan yang kokoh dalam pemahaman matematika dan membekali penulis dengan keterampilan analitis yang mendalam.

Tak puas hanya dengan gelar sarjana, penulis melanjutkan pendidikan di Universitas Negeri Semarang, dan berhasil memperoleh gelar Magister (S2) dalam Pendidikan Matematika. Pendidika magister mampu memperluas wawasan dan keterampilan penulis dalam metodologi pengajaran serta strategi pendidikan matematika yang lebih efektif.

Saat ini, penulis aktif sebagai tenaga pendidik di Program Studi Tadris Matematika Institut Alif Muhammad Imam Syafi'i Lamongan. Penulis berfokus pada pengajaran bidang matematika, berkontribusi pada peningkatan kualitas pendidikan di institusi tersebut. Dedikasi dalam mengajar dan membimbing mahasiswa merupakan komitmen penulis untuk ikut serta memajukan pendidikan matematika dan menghasilkan pendidik yang berkualitas di masa depan.

Email Penulis: noramaliyah@inamis.ac.id

3
MATEMATIKA DAN TEKNOLOGI

Wahyu Setiawan, S.Si., M.Sc.
Institut Alif Muhammad Imam Syafi'i

Algoritma dan Pemrograman

Algoritma adalah langkah-langkah yang disusun secara logis dan berurutan untuk menyelesaikan suatu masalah. Algoritma merupakan langkah yang pertama dan ditulis sebelum melakukan penulisan program. Algoritma umumnya digunakan dalam proses perhitungan, pemrosesan data, dan pengautomasian. Salah satu masalah yang dapat diselesaikan dengan pemrograman komputer adalah masalah-masalah yang berhubungan dengan perhitungan matematis.

Algoritma merupakan jantung dari ilmu komputer atau ilmu informatika. Banyak sekali bidang ilmu komputer yang mengarah ke dalam terminologi algoritma itu sendiri. Namun tidak boleh beranggapan algoritma selalu identik dengan ilmu komputer saja. Dalam kehidupan sehari-hari, kita sebagai manusia juga memiliki proses algoritma. Contoh pada langkah atau cara pembuatan kue atau masakan yang dituangkan kedalam sebuah tulisan berupa resep juga bisa disebut sebagai algoritma. Pada setiap resep pasti memiliki urutan langkah-langkah pembuatan masakan. Ketika langkah-langkah atau cara pembuatan tersebut tidak logis atau tidak masuk akal, maka masakan yang diinginkan tidak ada hasilnya atau tidak menghasilkan rasa yang enak. Ketika kita akan mencoba sebuah resep masakan, maka langkah pertama kita akan membaca resep tersebut terlebih dahulu dengan satu per satu langkah-langkah pembuatan tersebut.

Berikut ini adalah contoh lain dari penggunaan algoritma dalam kehidupan keseharian kita. Algoritma untuk menghitung luas persegi panjang:

1. Mulai.
2. Menentukan nilai panjang (P) dan lebar (L) dari persegi panjang.
3. Menghitung luas persegi panjang dengan cara mengalikan nilai panjang (P) dengan lebar (L).
4. Maka luas persegi panjang ditemukan.
5. Selesai.

Pada dasarnya algoritma itu menerima masukan (*input*), kemudian dilakukan proses sesuai urutan langkah-langkah dan syarat batas yang telah ditentukan untuk kemudian menghasilkan keluaran (*output*). Ketika sebuah algoritma dijalankan oleh manusia atau komputer, maka langkah-langkah tersebut dikerjakan mulai dari awal sampai akhirnya berhenti dan menghasilkan solusi dari permasalahan. Jika algoritma yang dibuat itu benar, maka solusi yang dihasilkan pasti benar, namun sebaliknya jika algoritma yang dibuat itu salah, maka akan menghasilkan solusi yang salah. Jadi ada dua hal penting dalam algoritma yaitu algoritma yang dibuat harus benar dan setelah algoritmanya berhenti harus menghasilkan solusi yang benar.

Algoritma yang ditulis dalam bahasa komputer dinamakan program. Orang yang menulis program komputer dinamakan pemrogram (*programmer*) dan kegiatan mulai dari mendesain sampai menulis proram dinamakan pemrograman. Teks program dalam bahasa pemrograman dinamakan kode program (*source code*), dan proses penulisan program dinamakan *coding*. Secara umum, bahasa pemrograman berfungsi untuk memerintah atau memberikan instruksi kepada komputer supaya dapat mengolah data sesuai dengan instruksi langkah-langkah penyelesaian yang telah dibuat oleh programmer.

Contoh algoritma yang digunakakan dalam penyelesaian masalah matematika adalah dalam kasus penyelesaian sistem persamaan linear (SPL) menggunakan metode iterasi Jacobi. Algoritmanya adalah sebagai berikut:

1. Misal diberikan masalah SPL yang direpresentasikan oleh $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ dimana $\boldsymbol{A}$ merupakan matriks konstanta dan $\boldsymbol{x}$ adalah vektor solusi serta $\boldsymbol{b}$ adalah vektor konstanta.
2. Dengan demikian dibutuhkan input antara lain n, A, b, $Imaks$ dan nilai tebakan awal $\boldsymbol{Y} = \left(\boldsymbol{y_1^0}, \boldsymbol{y_2^0}, \boldsymbol{y_3^0}, \dots, \boldsymbol{y_n^0}\right)$ serta $\boldsymbol{Tol}$ sebagai toleransi kesalahan.
3. Proses:
   a. Identifikasi solusi awal $k = 1$
   b. Jika $k \leq I_{maks}$, definisikan iterasi pertama dengan $k = 1$
   c. Untuk perhitungan iterasi $i = 1, 2, 3, \dots, k_{maks}$, menggunakan rumus berikut:
   a. $x_i^{k+1} = \frac{b_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} a_{ii} x_j^k}{a_{ii}}, k = 0, 1, 2, \dots$
   d. Atur kembali $\boldsymbol{X} = \left(\boldsymbol{x_1^k}, \boldsymbol{x_2^k}, \boldsymbol{x_3^k}, \dots, \boldsymbol{x_n^k}\right)$
   e. Jika $|\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}|$ lebih kecil dari toleransi, maka solusi sudah didapatkan. Jika belum, maka perhitungan dilanjutkan.
   f. Lanjutkan perhitungan ke iterasi $k = k + 1$
   g. Definisikan lagi nilai tebakan awal yang baru
   h. Jika perhitungan mencapai iterasi maksimal, maka solusi tidak ditemukan
4. Output: $\boldsymbol{X} = \left(\boldsymbol{x_1^{kmax}}, \boldsymbol{x_2^{kmax}}, \boldsymbol{x_3^{kmax}}, \dots, \boldsymbol{x_n^{kmax}}\right)$
5. Selesai

Kecerdasan Buatan dan *Machine Learning*

Kita hidup di era *Artificial Intelligence* (AI) atau kecerdasan buatan. Bagian inti yang mendorong kecerdasan buatan adalah *machine learning* atau mesin pembelajar. Kita mungkin pernah mendengar bahwa cara *machine learning* memprediksi beberapa *output*, misalnya memilih bingkai kacamata yang sesuai untuk wajah kita, atau gaji rata-rata yang harus kita peroleh sesuai dengan pengalaman kita di tempat kerja, maupun berbagai prediksi *machine learning* lainnya, semua itu didasarkan pada matematika. Kita mengetahui bahwa untuk mempelajari *machine learning*, kita perlu banyak mengetahui tentang matematika.

Artificial intelligence (AI) atau kecerdasan buatan merupakan suatu sistem komputer yang dirancang agar dapat memiliki kecerdasan layaknya manusia yang dapat terus meningkatkan kemampuannya berdasarkan banyaknya informasi yang telah dikumpulkan. Mungkin sebagian besar dari kita mengetahui bahwa salah satu contoh penerapan dari kecerdasan buatan adalah robot atau asisten virtual. Namun tidak hanya itu, kecerdasan buatan sudah sangat sering diterapkan dalam berbagai hal. Sama seperti manusia, dalam prosesnya kecerdasan buatan juga memerlukan data atau informasi.

Machine learning (ML) atau mesin pembelajar merupakan salah satu cabang dari kecerdasan buatan. *machine learning* ini sering digunakan untuk memprediksi hasil di masa mendatang berdasarkan data historis yang ada. Hasil prediksi tersebut dapat diambil sebagai dasar dalam membuat keputusan bisnis. *Machine learning* ini diterapkan dengan menggunakan landasan ilmu matematika, statistika, data mining, dll. Dalam penerapannya, *machine learning* pun memiliki berbagai algoritma yang dapat digunakan untuk permasalah tertentu.

Matematika sangat berperan penting dalam pembuatan *machine learning*. Beberapa cabang ilmu matematika yang berperan tersebuat adalah:

a. Kalkulus

   Kalkulus digunakan untuk membantu algoritma *machine learning* meningkatkan keakuratan prediksi yang dibuatnya. Ini dilakukan dengan proses optimasi algoritma. Ini dilakukan dengan bantuan kalkulus diferensial. Kita dapat menemukan titik ekstrim suatu fungsi dengan memperhitungkan gradiennya menggunakan kalkulus diferensial. Kalkulus multivarian digunakan jika ada beberapa parameter dari sebuah fungsi yang menentukan prediksi oleh model *machine learning*. Ini juga membantu model jaringan syaraf (*neural networks*), di mana kalkulus diferensial digunakan untuk menghitung kesalahan yang disebarkan kembali.

Selanjutnya, kalkulus integral juga digunakan untuk menghitung fungsi kerugian dalam model deep learning, dan juga untuk menggambarkan ekspektasi variabel tertentu dalam distribusi probabilitas nilai kontinu. Misalnya, masalah penurunan gradien klasik (*Gradient Descent*) untuk mengoptimalkan dan mengetahui posisi terendah bola akan menggelinding dalam mangkuk. Ini diselesaikan dengan kalkulus diferensial sederhana.

b. Aljabar linear

Machine Learning sangat bergantung pada aljabar linear, yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier simultan. Ini dilakukan dengan penggunaan matriks dan operasi matriks. Data untuk setiap model *machine learning* umumnya disimpan dalam bentuk vektor dan matriks, dan nilai yang terkandung dianggap sebagai koefisien persamaan linear. Operasi matriks lebih disukai karena *machine learning* umumnya menangani data dalam jumlah besar, sehingga lebih mudah untuk menerapkan operasi skalar seperti perkalian dan pembagian skalar, dan juga operasi antar vektor melalui berbagai operasi matriks dengan kecepatan dan kemudahan yang tinggi. Pengetahuan tentang aljabar linier penting untuk memutuskan bagaimana data akan disimpan dalam matriks. Misalnya, sebuah gambar dapat disimpan dalam tiga matriks, masing-masing elemen berisi intensitas nilai merah, hijau, dan biru dari setiap piksel dalam matriks tersebut. Sekarang melakukan operasi pada piksel ini menjadi sangat mudah karena penggunaan matriks untuk menerapkan aljabar linier.

c. Probabilitas

Probabilitas digunakan untuk membuat keputusan ketika tidak ada hasil konklusif dari suatu algoritma selain distribusi probabilitas. Algoritma dapat mengeluarkan berbagai nilai dan probabilitas dari suatu nilai. Di sinilah probabilitas masuk, dan keputusan dibuat berdasarkan probabilitas variabel target. Tidak ada algoritma yang dapat memberikan keluaran yang dapat diandalkan sepenuhnya. Oleh karena itu probabilitas digunakan untuk menentukan hasil dari area abu-abu tersebut. Misalnya jika kita mengetahui jumlah orang yang terkena penyakit Parkinson dan usia mereka pada sampel, kita akan menerima distribusi probabilitas usia seseorang yang terkena penyakit Parkinson. Sekarang, jika kita diminta untuk memilih usia yang paling tinggi terkena penyakit, kita dapat mengambil rentang usia yang paling mungkin terkena penyakit. Proses pengambilan keputusan dari distribusi yang berkelanjutan ini membutuhkan probabilitas.

Big Data dan Analisis Statistik

Dalam beberapa dekade terakhir, terjadi ledakan data yang tidak terelakkan di berbagai bidang, termasuk bisnis, ilmu pengetahuan, dan teknologi. Fenomena ini dikenal sebagai "Big Data" yang merujuk pada volume, kecepatan, dan keragaman data yang besar dan kompleks. Data-data ini memiliki potensi yang luar biasa untuk menghasilkan wawasan dan informasi berharga jika dikelola dan dianalisis dengan benar. Dalam konteks ini, matematika telah menjadi kunci penting dalam menghadapi tantangan analisis big data. Metode-metode matematika telah terbukti efektif dalam memahami pola-pola tersembunyi, hubungan kausalitas, dan tren yang ada dalam data yang sangat besar dan kompleks. Dengan menggunakan pendekatan matematika yang tepat, Analis dapat mengidentifikasi informasi berharga, memprediksi perilaku masa depan, dan membuat keputusan yang berdasarkan bukti.

Salah satu metode matematika yang digunakan dalam analisis big data adalah analisis statistik. Statistik memberikan kerangka kerja untuk merumuskan dan menguji hipotesis tentang data, melakukan estimasi parameter, serta melakukan pengambilan keputusan berdasarkan bukti yang ditemukan dalam data tersebut. Dengan teknik-teknik seperti regresi linier, analisis klaster, analisis faktor, dan lainnya, statistik memungkinkan identifikasi pola dantren dalam set data yang besar. Selain itu, metode matematika lainnya seperti optimisasi, algoritma, dan teori graf juga memiliki peranan penting dalam analisis big data. Optimasi matematika membantu dalam pemodelan dan penyesuaian data untuk mencapai tujuan yang diinginkan, seperti pemilihan fitur terbaik, pemilihan model terbaik, dan penjadwalan tugas yang efisien. Algoritma matematika memungkinkan pengolahan data yang efisien dancepat, dengan menggunakan teknik-teknik seperti pengindeksan, penggalian pola, dan pemrosesan paralel. Teori graf, di sisi lain, dapat digunakan untuk menganalisis jaringan kompleks yang ada dalam data, seperti jaringan sosial, jaringan transportasi, atau jaringan interaksi lainnya.

Penerapan metode matematika dalam analisis data big data menjadi semakin penting seiring dengan pertumbuhan volume dan kompleksitas data yang terus meningkat. Big data merujuk pada jumlah data yang sangat besar dan beragam yang dihasilkan dari berbagai sumber seperti sensor, perangkat seluler, media sosial, dan transaksi bisnis. Metode matematika memiliki peran krusial dalam menganalisis data big data karena mereka menyediakan kerangka kerja untuk mengorganisir, menggali, dan memahami pola-pola yang tersembunyi dalam data. Salah satu metode matematika yang penting dalam analisis data big data adalah statistik. Statistik memungkinkan para analis untuk mengidentifikasi tren, mengukur korelasi, dan menguji hipotesis tentang data.

Daftar Pustaka

Busrah, Z. (2019). *Buku Ajar Matematika Komputasi Berbasis Pemrograman Matlab*. Parepare: Percetakan KAAFFAH

Umam, K. (2021). *Algoritma dan Pemrograman Komputer dengan Python*. Pamekasan: Duta Media Publishing

Profil Penulis

Wahyu Setiawan

Ketertarikan penulis terhadap fisika dimulai pada tahun 2011 silam. Hal tersebut membuat penulis memilih untuk masuk ke program studi S1 Fisika di Universiatas Negeri Malang dan lulus pada tahun 2015. Penulis memilih bidang minat fisika teoritik dan komputasi. Penulis kemudian melanjutkan pendidikan ke program studi S2 fisika di Universitas Gadjah Mada dengan bidang minat yang sama.

Penulis memiliki kepakaran di bidang fisika komputasi. Sejak tahun 2023, penulis adalah dosen tetap di program studi Tadris Matematika Institut Alif Muhammad Imam Syafi'i (INAMIS) Lamongan. Dan untuk mewujudkan karir sebagai dosen profesional, penulis pun aktif sebagai peneliti di bidang kepakarannya tersebut. Selain meneliti, penulis juga aktif menulis buku dengan harapan dapat memberikan kontribusi positif bagi masa depan Indonesia. Penulis juga aktif dalam organisasi sosial kemasyarakatan untuk bisa mengabdi di tengah-tengah masyarakat.

Email Penulis: wahyusetiawan@inamis.ac.id

4

BERPIKIR KRITIS DALAM MATEMATIKA

Suri Toding Lembang
Universitas Kristen Indonesia Toraja

Berpikir kritis merupakan salah satu keterampilan esensial yang perlu dikembangkan dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk matematika. Dalam konteks pendidikan matematika, berpikir kritis tidak hanya membantu siswa dalam memahami dan menyelesaikan soal, tetapi juga mengasah kemampuan mereka untuk berpikir secara logis, sistematis, dan analitis. Keterampilan ini sangat penting mengingat matematika sering kali melibatkan pemecahan masalah yang kompleks dan menuntut penalaran yang mendalam. Berpikir kritis dalam matematika memungkinkan siswa untuk tidak hanya menerima informasi dan prosedur secara pasif, tetapi juga untuk mengevaluasi, mempertanyakan, dan mencari solusi yang tepat dengan menggunakan argumen yang logis dan berbasis bukti. Siswa yang mampu berpikir kritis dapat menghubungkan konsep-konsep matematika yang berbeda, melihat berbagai perspektif dalam pemecahan masalah, dan mempertimbangkan berbagai pendekatan alternatif sebelum sampai pada kesimpulan. Melalui kemampuan berpikir kritis ini, siswa diharapkan tidak hanya memahami matematika sebagai sekumpulan aturan dan rumus, tetapi juga sebagai alat untuk memecahkan masalah kehidupan nyata yang kompleks. Inilah yang membuat keterampilan berpikir kritis sangat penting dalam pengajaran dan pembelajaran matematika. Berpikir kritis dalam matematika merujuk pada kemampuan untuk menganalisis, mengevaluasi, dan mensintesis informasi secara logis dan sistematis saat memecahkan masalah matematika. Ini melibatkan penggunaan keterampilan berpikir tingkat tinggi, seperti mengidentifikasi asumsi, mengevaluasi argumen, dan menarik kesimpulan berdasarkan bukti yang valid. Berpikir kritis dalam matematika mencakup beberapa aspek penting yakni kemampuan menganalisis masalah, mengajukan pertanyaan yang relevan, menggunakan penalaran logis, menghubungkan ide-ide matematika dan memverifikasi dan mengevaluasi solusi.

Kemampuan Menganalisi Masalah

Kemampuan menganalisis masalah dalam matematika adalah salah satu aspek kunci dari berpikir kritis yang memungkinkan siswa untuk memahami inti dari sebuah masalah sebelum mencari solusi. Menganalisis masalah berarti memecah masalah tersebut menjadi bagian-bagian yang lebih kecil, mengidentifikasi elemen-elemen penting, serta memahami hubungan antara variabel atau faktor yang ada di dalam masalah tersebut. Proses ini sangat penting untuk menemukan pendekatan yang efektif dalam penyelesaian masalah matematika, baik yang sederhana maupun yang kompleks. Berikut adalah beberapa langkah dan elemen penting yang terlibat dalam kemampuan menganalisis masalah matematika:

1. Memahami Masalah dengan Cermat

   Langkah pertama dalam menganalisis masalah matematika adalah memahami sepenuhnya apa yang ditanyakan atau apa yang diminta untuk dipecahkan. Siswa perlu membaca soal dengan seksama dan memastikan bahwa mereka mengerti setiap kata atau istilah teknis yang digunakan. Dalam banyak kasus, siswa dapat salah langkah jika mereka tidak mengerti atau salah mengartikan inti dari masalah. Contoh: Dalam soal cerita, siswa harus bisa memisahkan informasi yang relevan dari informasi yang tidak penting. Misalnya, dalam masalah kecepatan, informasi seperti "perjalanan dilakukan pada siang hari" mungkin tidak relevan, tetapi data tentang jarak dan waktu sangat penting.

2. Mengidentifikasi Fakta dan Data yang Tersedia

   Setelah memahami masalah, langkah berikutnya adalah mengidentifikasi semua informasi yang telah diberikan. Ini termasuk angka, variabel, dan hubungan antar elemen dalam masalah. Siswa harus memastikan bahwa mereka telah mengenali informasi yang relevan, apakah itu tersurat (dinyatakan secara langsung) atau tersirat (memerlukan interpretasi atau penalaran lebih lanjut). Contoh: Dalam soal yang melibatkan persamaan, siswa mungkin harus mengidentifikasi variabel mana yang diketahui, variabel mana yang tidak diketahui, dan bagaimana informasi ini saling terkait melalui persamaan matematika tertentu.

3. Mengidentifikasi Tujuan atau Hasil yang Diharapkan

Langkah penting berikutnya adalah mengidentifikasi apa yang ditanyakan atau diharapkan sebagai hasil akhir dari masalah tersebut. Dalam beberapa kasus, masalah mungkin meminta siswa untuk mencari solusi numerik, sementara dalam kasus lain, siswa mungkin diminta untuk menjelaskan atau membuktikan suatu konsep. Siswa harus jelas dalam memahami apa yang diminta, sehingga solusi mereka sesuai dengan tujuan akhir. Contoh: Jika soal meminta "buktikan bahwa dua segitiga tersebut kongruen," maka pendekatannya akan berbeda dengan soal yang meminta untuk "hitung luas dari segitiga tersebut."

4. Memecah Masalah Menjadi Bagian-Bagian yang Lebih Sederhana

Banyak masalah matematika yang kompleks terdiri dari beberapa langkah kecil yang harus dilakukan secara berurutan. Siswa perlu belajar bagaimana memecah masalah menjadi langkah-langkah kecil yang lebih mudah dipecahkan. Ini membantu mengurangi kompleksitas masalah secara keseluruhan dan memungkinkan mereka untuk fokus pada satu aspek pada satu waktu. Contoh: Dalam soal yang melibatkan persamaan kuadrat, siswa pertama-tama mungkin harus menyederhanakan persamaan, kemudian memfaktorkan, dan akhirnya mencari solusi dengan metode yang tepat, seperti rumus kuadrat atau melengkapkan kuadrat

5. Menghubungkan Variabel dan Informasi yang Diberikan

Salah satu aspek penting dari analisis masalah adalah kemampuan untuk mengidentifikasi bagaimana variabel atau informasi yang diberikan saling berhubungan. Siswa perlu mengembangkan pemahaman tentang bagaimana satu elemen dalam masalah memengaruhi elemen lain. Ini juga melibatkan kemampuan untuk mengenali pola atau hubungan matematika yang mendasari masalah. Contoh: Dalam soal fungsi, siswa mungkin perlu melihat hubungan antara nilai input (x) dan output (y) dan menentukan bagaimana perubahan dalam satu variabel mempengaruhi yang lain.

6. Membuat Model atau Representasi Visual

   Dalam banyak kasus, menganalisis masalah akan lebih mudah jika siswa dapat membuat representasi visual, seperti diagram, grafik, atau tabel. Ini membantu mereka melihat masalah dari perspektif yang berbeda dan dapat mengungkapkan pola atau hubungan yang mungkin tidak terlihat jika masalah hanya dipahami secara verbal atau numerik. Contoh: Ketika menyelesaikan soal geometri, menggambar diagram atau menggunakan alat bantu visual lainnya seperti grafik bisa sangat membantu untuk memahami elemen-elemen dalam masalah secara lebih baik.

7. Merumuskan Hipotesis atau Pendekatan Pemecahan Masala

   Setelah menganalisis semua elemen penting dari masalah, siswa perlu merumuskan langkah-langkah atau strategi yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah. Proses ini mungkin melibatkan pengujian beberapa pendekatan yang berbeda dan memilih pendekatan yang paling efisien atau paling sesuai dengan masalah. Contoh: Dalam soal optimasi, siswa mungkin perlu mencoba beberapa nilai atau metode (seperti kalkulus atau persamaan linier) sebelum menemukan solusi yang optimal.

8. Memeriksa Kembali Informasi dan Langkah Analisis

   Bagian dari analisis masalah yang baik adalah kemampuan untuk memeriksa kembali dan merefleksikan langkah-langkah yang telah dilakukan. Apakah semua informasi relevan sudah dipertimbangkan? Apakah ada asumsi yang tidak sahih? Apakah solusi yang dihasilkan masuk akal dalam konteks masalah? Ini adalah bagian dari proses berpikir kritis yang memastikan solusi tidak hanya benar secara numerik, tetapi juga logis. Contoh: Jika siswa mendapat hasil berupa angka negatif untuk luas sebuah bangunan, mereka perlu menyadari bahwa hasil tersebut tidak masuk akal dan harus meninjau ulang pendekatan mereka.

Kemampuan menganalisis masalah dalam matematika tidak hanya mencakup kemampuan untuk menyelesaikan masalah secara teknis, tetapi juga melibatkan keterampilan untuk memahami, mengorganisir, dan menghubungkan berbagai informasi dengan cara yang logis. Proses ini memungkinkan siswa untuk mengatasi masalah yang kompleks dengan lebih sistematis dan efisien, serta mengembangkan keterampilan berpikir kritis yang dapat diterapkan di luar matematika. Keterampilan ini adalah fondasi bagi pembelajaran matematika yang lebih mendalam dan bermakna.

Mengajukan Pertanyaan yang Relevan

Mengajukan pertanyaan yang relevan dalam matematika merupakan bagian penting dari berpikir kritis, di mana siswa diajak untuk lebih dalam mengeksplorasi masalah dan memastikan bahwa mereka memahami semua aspek sebelum mencoba menyelesaikannya. Pertanyaan yang relevan membantu siswa memfokuskan perhatian pada informasi kunci, memeriksa asumsi, dan menemukan cara terbaik untuk mendekati solusi. Proses ini juga memungkinkan siswa untuk memikirkan masalah secara lebih luas, mempertimbangkan berbagai pendekatan, serta menghindari kesalahan akibat asumsi yang salah atau pemahaman yang dangkal. Dalam menganalisis masalah matematika, ada beberapa jenis pertanyaan yang dapat diajukan:

1. Pertanyaan Klarifikasi

   Pertanyaan ini membantu siswa memastikan bahwa mereka benar-benar memahami masalah dengan baik. Misalnya, "Apa yang diminta dari soal ini?" atau "Informasi apa yang diberikan dalam masalah ini?" membantu siswa mengidentifikasi tujuan masalah dan data penting.

2. Pertanyaan tentang Asumsi

   Siswa sering kali perlu memeriksa asumsi yang mereka buat secara implisit. Pertanyaan seperti "Apakah ada asumsi tersembunyi yang saya buat?" atau "Apakah informasi yang diberikan sudah lengkap?" dapat mengungkap asumsi yang mungkin tidak sahih dan bisa menyesatkan.

3. Pertanyaan tentang Hubungan Antar Elemen

   Mengidentifikasi hubungan antara variabel atau elemen dalam masalah sangat penting. Pertanyaan seperti "Bagaimana perubahan dalam satu variabel mempengaruhi variabel lainnya?" atau "Apa hubungan antara data yang diberikan dan solusi yang dicari?" dapat membantu siswa memahami pola atau keterkaitan dalam masalah.

4. Pertanyaan tentang Pendekatan atau Metode

   Ketika memikirkan cara untuk menyelesaikan masalah, siswa perlu mempertimbangkan berbagai pendekatan. Pertanyaan seperti "Apakah ada cara lain untuk menyelesaikan masalah ini?" atau "Apakah pendekatan yang saya pilih adalah yang paling efisien?" membantu siswa mengeksplorasi metode alternatif dan memastikan mereka menggunakan cara yang paling tepat.

5. Pertanyaan tentang Validitas Solusi

   Setelah menyelesaikan masalah, penting untuk memeriksa apakah solusinya masuk akal. Pertanyaan seperti "Apakah hasil ini masuk akal dalam konteks masalah?" atau "Bagaimana saya dapat memverifikasi solusi ini?" membantu siswa untuk tidak hanya bergantung pada hasil akhir, tetapi juga untuk menilai apakah solusi tersebut valid.

   Dengan mengajukan pertanyaan yang relevan, siswa dapat lebih memahami struktur masalah, menemukan pendekatan yang lebih baik untuk menyelesaikannya, dan menghindari kesalahan yang mungkin terjadi. Keterampilan ini membantu mereka berpikir secara reflektif dan kritis, menjadikan mereka pemecah masalah yang lebih mandiri dan efektif dalam matematika.

Menggunakan Penalaran Logis

Menggunakan penalaran logis dalam matematika adalah aspek penting dari berpikir kritis yang melibatkan penerapan aturan logika dan langkah-langkah deduktif untuk mencapai kesimpulan yang valid. Penalaran logis memungkinkan siswa untuk membuat keputusan yang tepat berdasarkan informasi yang tersedia, tanpa terpengaruh oleh asumsi yang tidak berdasar atau intuisi yang salah. Dalam proses ini, siswa harus memastikan bahwa setiap langkah penyelesaian masalah mengikuti alur logis yang benar, sehingga kesimpulan yang dihasilkan dapat dipertanggungjawabkan. Penalaran logis dalam matematika meliputi beberapa tahapan penting:

1. Mengidentifikasi Premis yang Valid

   Siswa harus mengidentifikasi fakta, definisi, dan teorema yang relevan yang dapat dijadikan landasan dalam pemecahan masalah. Premis-premis ini harus benar dan dapat dipertanggungjawabkan secara logis. Misalnya, dalam masalah geometri, siswa mungkin akan menggunakan teorema Pythagoras untuk memecahkan masalah segitiga siku-siku, atau dalam aljabar, mereka mungkin menggunakan aturan distribusi untuk menyederhanakan persamaan.

2. Menarik Kesimpulan dari Fakta yang Diketahui

   Setelah mengidentifikasi premis-premis yang relevan, siswa harus menarik kesimpulan yang logis dari informasi tersebut. Kesimpulan ini harus berdasarkan aturan deduktif atau induktif, di mana kesimpulan mengikuti dari premis dengan cara yang sahih. Misalnya, jika diketahui bahwa semua sudut dalam segitiga berjumlah 180 derajat, dan dua sudut diketahui, siswa dapat menggunakan penalaran logis untuk menemukan sudut ketiga.

3. Menghindari Kesalahan Logika

   Dalam menggunakan penalaran logis, penting untuk menghindari kesalahan dalam penalaran, seperti generalisasi yang terlalu luas, asumsi yang salah, atau argumen yang tidak konsisten. Siswa harus berhati-hati agar setiap langkah logika mereka tidak melanggar aturan dasar matematika. Misalnya, kesalahan dalam membagi dengan nol atau menggunakan perkiraan yang tidak tepat bisa menyebabkan kesimpulan yang salah.

4. Menguji Kebenaran Kesimpulan

   Setelah mencapai kesimpulan, penting bagi siswa untuk menguji apakah hasil tersebut konsisten dengan fakta yang diberikan dan apakah masuk akal dalam konteks masalah. Penalaran logis tidak hanya berhenti pada kesimpulan awal, tetapi juga mencakup refleksi kembali untuk memastikan bahwa langkah-langkah yang diambil sesuai dan tidak ada kontradiksi. Jika ditemukan inkonsistensi, siswa perlu meninjau ulang langkah-langkah sebelumnya dan memperbaiki kesalahan yang mungkin terjadi.

5. Menggunakan Pola atau Struktur Matematika

   Penalaran logis juga dapat melibatkan pengenalan pola atau struktur yang mendasari masalah. Dalam beberapa kasus, siswa dapat memanfaatkan pola yang mereka temukan dalam data atau variabel untuk merumuskan argumen logis yang kuat. Misalnya, dalam soal deret bilangan, siswa dapat menggunakan pola aritmatika atau geometri untuk menentukan suku selanjutnya atau jumlah total deret tersebut.

6. Membuat Argumen yang Konsisten dan Koheren

   Penalaran logis juga melibatkan kemampuan untuk menyusun argumen yang koheren, di mana setiap langkah penalaran saling berhubungan dan konsisten. Siswa harus dapat menjelaskan pemikirannya dengan jelas, baik secara tertulis maupun lisan, sehingga setiap orang yang membaca atau mendengar argumen tersebut dapat mengikuti dan memahami proses berpikir mereka. Misalnya, ketika menyelesaikan soal pembuktian matematika, siswa harus menyusun argumen secara berurutan, dimulai dari premis awal hingga kesimpulan akhir dengan langkah-langkah yang jelas dan logis.

Dengan menggunakan penalaran logis, siswa dapat memecahkan masalah matematika secara sistematis dan dapat diandalkan. Penalaran logis juga membantu siswa membangun pemahaman yang lebih dalam tentang konsep-konsep matematika dan menerapkannya dengan benar dalam berbagai konteks. Ini adalah keterampilan yang sangat penting untuk mencapai keakuratan dan kesuksesan dalam matematika, serta untuk berpikir secara kritis dalam kehidupan sehari-hari.

Menghubungkan Ide-Ide Matematika

Menghubungkan ide-ide matematika merupakan keterampilan penting dalam berpikir kritis yang memungkinkan siswa melihat bagaimana berbagai konsep matematika saling berkaitan. Kemampuan ini membantu siswa memahami bahwa matematika bukanlah kumpulan topik yang terpisah, melainkan sistem terpadu di mana konsep-konsep yang berbeda dapat saling mendukung dan memperkaya. Dengan menghubungkan ide-ide matematika, siswa dapat menerapkan pengetahuan dari satu bidang untuk memecahkan masalah di bidang lain, memperkuat pemahaman, dan memperluas wawasan mereka tentang matematika secara keseluruhan. Berikut adalah beberapa aspek penting dalam menghubungkan ide-ide matematika:

1. Mengidentifikasi Keterkaitan Antar-Konsep

   Langkah pertama dalam menghubungkan ide-ide matematika adalah mengenali keterkaitan antara konsep-konsep dasar. Misalnya, konsep pecahan dalam aritmetika berkaitan dengan rasio, proporsi, dan persentase. Dengan memahami hubungan ini, siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan mereka tentang pecahan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan proporsi dan sebaliknya. Contoh: Dalam aljabar dan geometri, konsep garis lurus (persamaan linier) dapat dihubungkan dengan kemiringan garis (gradien) dan titik potong. Hubungan ini memungkinkan siswa untuk menggunakan persamaan linier untuk memahami masalah geometri yang melibatkan koordinat dan bidang datar.

2. Menerapkan Konsep yang Sama di Konteks Berbeda

   Siswa perlu belajar bagaimana menerapkan konsep matematika yang sudah mereka pahami ke dalam konteks yang berbeda. Misalnya, rumus untuk menghitung luas dan keliling bentuk dua dimensi (seperti persegi atau lingkaran) dapat diadaptasi untuk menemukan volume dan luas permukaan benda tiga dimensi (seperti kubus atau bola). Dengan melihat bagaimana konsep-konsep dasar berkembang ke situasi yang lebih kompleks, siswa dapat memperkuat pemahaman mereka dan melihat keterkaitan yang lebih luas antara topik-topik matematika. Contoh: Konsep eksponensial yang awalnya dipelajari dalam pertumbuhan populasi atau bunga majemuk, juga dapat diterapkan dalam analisis deret geometri, logaritma, dan dalam kalkulus untuk memecahkan masalah tentang perubahan laju.

3. Mengintegrasikan Matematika dengan Disiplin Ilmu Lain

   Banyak ide matematika yang memiliki aplikasi di luar matematika itu sendiri, terutama dalam ilmu alam, teknik, ekonomi, dan ilmu sosial. Menghubungkan matematika dengan disiplin ilmu lain memungkinkan siswa melihat relevansi nyata dari apa yang mereka pelajari. Misalnya, konsep grafik fungsi dalam matematika digunakan dalam fisika untuk menggambarkan gerak, dan dalam ekonomi untuk menunjukkan penawaran dan permintaan. Kemampuan untuk menghubungkan matematika dengan konteks dunia nyata membuat pembelajaran lebih bermakna dan relevan. Contoh: Kalkulus yang mempelajari perubahan kontinu dapat diterapkan dalam analisis gerak dalam fisika, atau untuk menghitung keuntungan dan kerugian dalam ekonomi melalui integrasi dan diferensiasi.

4. Melihat Pola dan Struktur yang Berulang

   Menghubungkan ide-ide matematika juga melibatkan pengenalan pola yang berulang dalam berbagai situasi. Pola-pola ini membantu siswa memahami bagaimana konsep-konsep yang berbeda bisa diterapkan di banyak konteks. Misalnya, pola-pola dalam deret aritmatika atau geometri dapat dihubungkan dengan fungsi dan persamaan, yang kemudian dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi atau prediksi dalam situasi nyata. Contoh: Pola bilangan dalam deret Fibonacci, yang terlihat sederhana, ternyata muncul dalam banyak fenomena alam seperti distribusi daun pada batang tanaman atau bentuk spiral pada cangkang siput. Ini menunjukkan bagaimana ide matematika yang abstrak dapat memiliki aplikasi konkret.

5. Menggunakan Representasi Berbeda untuk Menghubungkan Konsep

   Sering kali, satu konsep matematika dapat direpresentasikan dalam berbagai cara seperti melalui persamaan, grafik, tabel, atau diagram. Kemampuan untuk beralih di antara representasi yang berbeda ini adalah bagian penting dari menghubungkan ide-ide matematika. Misalnya, persamaan kuadrat dapat dipecahkan dengan metode aljabar, digambarkan dalam grafik sebagai parabola, atau diwakili dalam bentuk tabel. Siswa yang dapat menghubungkan berbagai representasi ini memiliki pemahaman yang lebih kaya dan lebih mendalam terhadap konsep tersebut. Contoh: Konsep fungsi dapat direpresentasikan dalam bentuk tabel (sebagai pasangan bilangan), grafik (sebagai garis atau kurva), dan persamaan (sebagai hubungan antara variabel). Mampu menghubungkan ketiga representasi ini membantu siswa memahami fungsi dengan lebih baik.

6. Membangun Jembatan antara Topik yang Saling Berkaitan

   Menghubungkan ide-ide matematika berarti membangun jembatan antara topik-topik yang saling berkaitan, seperti antara aritmatika dan aljabar, atau antara geometri dan trigonometri. Siswa yang mampu melihat hubungan ini akan lebih mudah mempelajari topik-topik lanjutan, karena mereka dapat memanfaatkan pengetahuan sebelumnya untuk memahami konsep baru. Sebagai contoh, pemahaman tentang bilangan bulat dan pecahan di aritmatika membantu siswa dalam menyelesaikan persamaan linier dalam aljabar. Contoh: Trigonometri banyak terkait dengan geometri, tetapi juga memiliki hubungan erat dengan aljabar dan kalkulus. Identitas trigonometri, misalnya, digunakan dalam persamaan aljabar kompleks dan analisis integral dalam kalkulus.

   Menghubungkan ide-ide matematika bukan hanya membantu siswa memahami konsep secara mendalam, tetapi juga membangun keterampilan problem-solving yang lebih kuat. Dengan melihat matematika sebagai jaringan konsep yang saling berkaitan, siswa dapat lebih fleksibel dalam menyelesaikan berbagai masalah dan menemukan berbagai solusi kreatif.

Keterampilan ini juga mengajarkan mereka untuk berpikir secara menyeluruh dan analitis, yang sangat penting dalam perkembangan kemampuan berpikir kritis dan logis dalam matematika serta dalam kehidupan sehari-hari.

Daftar Pustaka

Abdurrahman, M. (2012). *Pendidikan bagi Anak Berkesulitan Belajar: Teori, Diagnosis, dan Remediasinya*. Jakarta: Rineka Cipta.

Depdiknas. (2008). *Panduan Pengembangan Pembelajaran Berbasis TIK dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah*. Jakarta: Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Atas.

Hudojo, H. (2005). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: UM Press.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Siswono, T. Y. E. (2008). *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Berpikir Kritis Siswa Sekolah Dasar*. Surabaya: Unesa University Press.

Suryanto, Y. (2010). *Pembelajaran Berbasis Masalah dalam Pendidikan Matematika*. Bandung: Remaja Rosdakarya.

Wahyudin. (2010). *Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika Sekolah*. Jakarta: Pusat Kurikulum Balitbang Depdiknas.

Profil Penulis

Dr. Suri Toding Lembang, M.Pd.

Lahir di Rantepao 18 September 1990. Pendidikan yang telah ditempuh, SDN Malango Rantepao 1996, SMPN 1 Toraja Utara 2002, SMA Negeri 2 Toraja Utara 2005. Lulus S1 di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Kristen Indonesia Toraja (UKI Toraja) tahun 2012, kemudian melanjutkan pendidikan S2 di Universitas Negeri Makasar pada program studi pendidikan matematika. Pendidikan S3 di Universitas Negeri Makasar pada Program studi pendidikan matematika.

Aktif menulis pada berbagai jurnal ilmiah baik nasional maupun internasional. Beberapa tulisan juga telah dimuat dalam Prosiding Internasional seperti *The Analysis Concept of Integers Counting Operations in Traditional Toraja Games Si Goal and Si Patte tahun 2021* dan *Identification Of Fractional Numbers In The Procedure For The Division Of Duku' Tedong At The Solo Sign' Event In Toraja Tahun 2022.* Penulis telah menulis buku berjudul Aljabar Linier Tahun 2019, Kalkulus Differensial Tahun 2022, dan Aljabar 1 Tahun 2023 Saat ini penulis aktif mengajar di Universitas Kristen Indonesia Toraja.

Email Penulis: surikaritutu@gmail.com

5

KREATIVITAS DALAM PEMECAHAN PERMASALAHAN MATEMATIKA

Rizky Arief Shobirin, M.Si.
UIN Sayyid Ali Rahmatullah Tulungagung

Pendahuluan

Kreativitas sangat penting untuk memecahkan masalah dalam matematika karena memungkinkan siswa untuk mempertimbangkan pendekatan yang berbeda daripada terpaku pada metode yang ditentukan. Ketika berhadapan dengan masalah yang menantang, individu yang kreatif dapat memvisualisasikan berbagai skenario atau menggunakan strategi yang tidak konvensional untuk menemukan solusi yang berbeda. Hal ini tidak hanya meningkatkan keterlibatan tetapi juga mendorong rasa tanggung jawab terhadap proses pembelajaran.

Mengintegrasikan kreativitas ke dalam pendidikan matematika memiliki implikasi yang signifikan terhadap cara instruktur pendidik seperti guru dalam mengajar. Pendekatan konvensional cenderung mengutamakan kecepatan dan ketepatan daripada menumbuhkan rasa ingin tahu dan orisinalitas. Akibatnya, siswa mungkin memiliki pemahaman matematika yang terbatas, unggul dalam perhitungan tetapi menghadapi tantangan ketika harus menerapkan pengetahuan mereka dalam situasi kehidupan nyata. Untuk menumbuhkan kreativitas siswa dalam pembelajaran matematika, guru perlu menciptakan suasana yang mendukung eksplorasi, penyelidikan (*inquiry*), dan kerja sama tim dalam kelompok belajar. Pemecahan masalah terbuka (*Open-Ended Problems*) membantu memperkenalkan siswa pada masalah yang tidak memiliki satu pun jawaban yang benar akan mendorong pemikiran divergen dan eksplorasi berbagai solusi. Pembelajaran Kolaboratif dapat diterapkan melalui kerja kelompok untuk mendorong komunikasi dan pertukaran ide yang beragam, mendorong pendekatan inovatif untuk pemecahan masalah. Penggunaan Teknologi menjadi salah satu hal penting yakni mengintegrasikan alat-alat digital atau perangkat lunak (*software*) dapat memperkaya ekspresi kreatif dalam matematika dengan memungkinkan siswa untuk memvisualisasikan konsep dan memanipulasi data secara interaktif.

Meskipun penting, pengembangan kreativitas dalam pendidikan matematika menghadapi beberapa tantangan. Banyak pendidik mungkin kurang terlatih dalam metode pengajaran kreatif atau mungkin memiliki kesalahpahaman tentang hakikat kemampuan matematika, menganggapnya sebagai keterampilan bawaan daripada sesuatu yang dapat dikembangkan melalui praktik dan eksplorasi. Selain itu, pengujian standar sering kali memprioritaskan keterampilan komputasional daripada berpikir kreatif, yang menyebabkan guru lebih memprioritaskan persiapan ujian daripada mengembangkan pendekatan pemecahan masalah yang inovatif.

Aspek Penting dan Faktor Berpengaruh terhadap Kreativitas Matematika

Mengembangkan keterampilan pemecahan masalah yang inovatif dan meningkatkan keterlibatan siswa dengan mata pelajaran memerlukan kreativitas dalam matematika. Para pendidik dapat mengembangkan lingkungan yang mendorong keterampilan penting ini dengan memahami faktor-faktor yang memengaruhi kreativitas matematika. Pada poin ini membahas berbagai aspek yang memengaruhi kreativitas siswa dalam matematika, seperti metode pengajaran, emosi siswa, dan suasana belajar. Di samping itu, variasi soal dengan tingkat kesulitan yang berbeda juga turut memberikan pengaruh pada kreativitas siswa.

1. Pendekatan Pengajaran

   Pendekatan guru dalam mengajar memiliki dampak yang signifikan terhadap pengembangan kreativitas matematika siswa.

Beberapa hasil studi menekankan berbagai metode pengajaran yang berhasil yang dapat meningkatkan kreativitas dalam matematika, seperti pemberian tugas dalam bentuk membuat soal lalu menyelesaikannya (*Problem-Solving and Problem-Posing Tasks*/ PSPPT), permodelan matematika, tugas dengan berbagai metode penyelesaian (*Multiple Solution Task*/ MST), dan pemecahan masalah terbuka (*Open-Ended Problems*).

Tabel 5.1. Berbagai Pendekatan Pengajaran yang Membantu Meningkatkan Kreativitas Siswa dalam Matematika

Pendekatan Pengajaran	Deskripsi
PSPPT (*Problem-Posing and Problem-Solving Tasks*)	• Mendorong siswa untuk membuat masalah mereka sendiri meningkatkan pemahaman mereka tentang konsep matematika dan merangsang pemikiran kreatif.
Mathematical Modeling	• Memanfaatkan aktivitas pemodelan matematika memungkinkan siswa menerapkan konsep matematika pada situasi dunia nyata, meningkatkan kemampuan mereka untuk berpikir kreatif tentang pemecahan masalah.
MST (*Multiple Solution Tasks*)	• Memberikan tugas dengan berbagai kemungkinan solusi mendorong siswa untuk mengeksplorasi berbagai strategi dan pendekatan, memperkuat gagasan bahwa kreativitas dihargai dalam matematika.
Open-Ended Questions	• Menyajikan pertanyaan terbuka merangsang pemikiran kritis dan mengajak siswa untuk mengekspresikan ide mereka secara bebas, sehingga menumbuhkan pola pikir kreatif.

2. Sikap Emosional Siswa

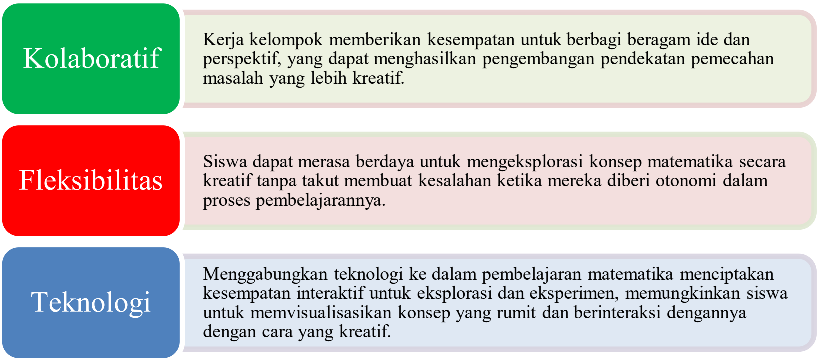
Emosi, sikap, dan keyakinan siswa memiliki dampak signifikan terhadap kreativitas mereka dalam matematika. Memiliki sikap positif terhadap matematika dapat meningkatkan kecenderungan siswa untuk secara kreatif mengatasi masalah yang rumit. Di sisi lain, emosi negatif atau kecemasan dapat menghambat kemampuan kreatif mereka.

Tabel 5.2**.** Beberapa Faktor Sikap Emosional Siswa yang Berpengaruh pada Kreativitas Siswa dalam Matematika

Emosional Siswa	Deskripsi
Kepercayaan Diri	• Siswa yang percaya diri dengan kemampuan matematika mereka cenderung lebih berani mencari solusi yang rasional. • Menumbuhkan rasa percaya diri melalui afirmasi positif dan umpan balik yang membantu dapat memungkinkan siswa untuk terlibat secara kreatif dengan matematika.
Motivasi	• Kreativitas yang meningkat dapat dihasilkan dari motivasi intrinsik, yang berasal dari minat sejati terhadap mata pelajaran. • Siswa yang termotivasi untuk memahami materi daripada hanya berfokus pada nilai cenderung mencoba berbagai metode pemecahan masalah.
Sikap terhadap Pembelajaran	• Melihat matematika sebagai subjek yang fleksibel dan imajinatif (bukan kumpulan aturan ketat), sehingga lebih kreatif dalam mempelajarinya. • Pandangan yang positif terhadap matematika menciptakan lingkungan dengan bebas mengeksplorasi ide tanpa takut membuat kesalahan.

3. Lingkungan Belajar

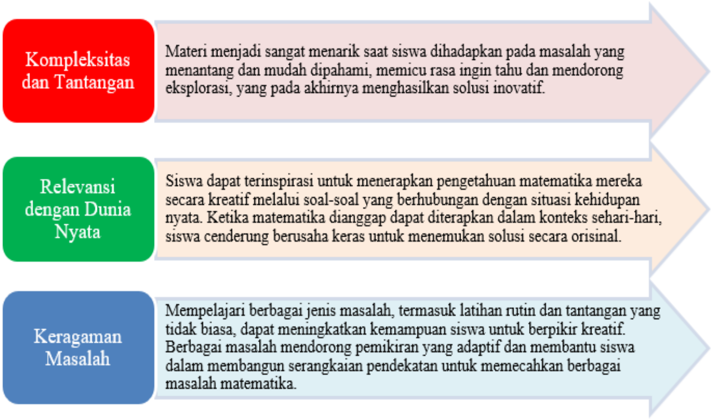
Lingkungan belajar juga memberikan pengaruh terhadap kreativitas siswa dalam mempelajari matematika. Menciptakan suasana belajar yang mendukung menjadi salah satu faktor penting untuk menumbuhkan kreativitas siswa di kelas, seperti pembelajaran kolaboratif, fleksibel, serta penggunaan teknologi.



Gambar 5.1. Faktor Lingkungan Belajar yang Berpengaruh pada Kreativitas Pemecahan Masalah Matematika Siswa

4. Kerumitan Soal

   Meningkatkan kerumitan soal dan inklusi teknologi ke dalam pembelajaran matematika menciptakan peluang interaktif untuk eksplorasi dan eksperimen, sehingga memungkinkan siswa memvisualisasikan konsep rumit dan berinteraksi dengan konsep tersebut secara kreatif dalam pemecahan masalah baru.



Gambar 5.2. Faktor Lingkungan Belajar yang Berpengaruh pada Kreativitas Pemecahan Masalah Matematika Siswa

Gambar 5.3. Aspek Utama Kreativitas dalam Pemecahan Masalah Matematika

Singkatnya, kemampuan memecahkan masalah matematika secara kreatif merupakan keterampilan kompleks yang dapat dikembangkan melalui metode pendidikan tertentu. Guru dapat meningkatkan kreativitas matematika dan keterampilan memecahkan masalah siswa dengan berfokus pada pembuatan masalah, mendorong berbagai cara berpikir, dan menciptakan suasana belajar yang menarik.

Strategi Belajar untuk Meningkatkan Kreativitas dalam Matematika

Kreativitas matematika tidak hanya terbatas pada menemukan solusi baru; kreativitas juga memerlukan keterampilan untuk mengatasi masalah dari berbagai perspektif, terlibat dalam pemikiran kritis, dan menggunakan konsep matematika dalam situasi praktis. Penelitian menunjukkan bahwa memupuk kreativitas dapat menghasilkan pemahaman yang lebih mendalam tentang prinsip-prinsip matematika dan peningkatan keterlibatan siswa. Taktik berikut ini telah diakui sebagai pendekatan yang berhasil untuk meningkatkan kreativitas dalam pengajaran matematika:

Tabel 5.3. Berbagai Pendekatan Pengajaran untuk Meningkatkan Kreativitas Dalam Pengajaran Matematika

Pendekatan Pengajaran	Deskripsi
PSPPT (*Problem-Posing and Problem-Solving Tasks*)	• Mendorong siswa untuk mengerjakan tugas yang melibatkan pemecahan masalah dan pengajuan masalah membantu menumbuhkan pemikiran inovatif dan eksplorasi berbagai solusi. • Metode ini menjaga pemahaman yang lebih mendalam tentang prinsip-prinsip matematika dan merangsang pemikiran yang berbeda. • ***Contoh:*** Membuat soal olimpiade matematika serta membuat kunci jawabannya
Mathematical Modeling	• Menuntut siswa untuk membuat model yang mencerminkan keadaan kehidupan nyata. • Mendorong mereka untuk menerapkan keahlian matematika mereka secara kreatif dan memahami pentingnya matematika dalam kehidupan sehari-hari. • ***Contoh:*** Menaksir ketinggian suatu menara dengan bantuan teropong busur derajat dengan jarak tertentu antara menara dan pengamat; memodelkan grafik pH larutan kimia dengan persamaan logaritma
MST (*Multiple Solution Tasks*)	• Mendorong siswa untuk mengeksplorasi berbagai strategi dan pendekatan dengan memberikan tugas dengan berbagai kemungkinan solusi memperkuat nilai kreativitas dalam matematika.

	• Dengan memungkinkan berbagai metode solusi, tugas mendorong pemikiran yang fleksibel dan kreatif dalam pemecahan masalah. • ***<u>Contoh:</u>*** Menyelesaikan beberapa persamaan aljabar variabel *x, y, z* dengan metode eliminasi, substitusi, campuran, hingga grafik
Open-Ended Questions	• Memberikan siswa soal yang tidak memiliki satu solusi tunggal mendorong eksplorasi dan pemikiran divergen. • Metode ini memungkinkan siswa untuk mengembangkan berbagai pendekatan dalam menemukan solusi, sehingga menumbuhkan kreativitas dan pemikiran kritis. • ***<u>Contoh:</u>*** Sepetak tanah dengan luas 250 m^2 dengan variasi jawaban panjang dan lebarnya, seperti 25x10 m dan 50x5 m.

Cara matematika diajarkan memiliki dampak besar pada kreativitas siswa. Guru memiliki peran penting dalam hal ini, antara lain:

1. Mendorong Pengambilan Risiko. Membangun lingkungan di kelas di mana kesalahan dilihat sebagai peluang untuk belajar, mendorong budaya yang mendukung eksplorasi kreatif.
2. Memberikan Umpan Balik yang Konstruktif. Fokus umpan balik harus pada proses pemecahan masalah, bukan hanya hasil akhir, untuk mendorong siswa merenungkan proses berpikir mereka.
3. Memfasilitasi Kolaborasi. Siswa dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah kreatif mereka dengan berbagi beragam perspektif dan pendekatan melalui kerja kelompok.

Mengevaluasi kreativitas dalam matematika menimbulkan tantangan tetapi penting untuk mengukur kemajuan siswa. Penilaian konvensional cenderung mengutamakan respons akurat daripada prosedur inventif yang digunakan. Oleh karena itu, pendekatan penilaian yang berbeda perlu digunakan (tidak hanya berupa kuis pilihan ganda), seperti berupa:

1. **Portofolio**. Mengumpulkan tugas siswa selama jangka waktu tertentu dapat memberikan pemahaman berharga tentang perkembangan mereka dan cara mereka mendekati kreativitas.

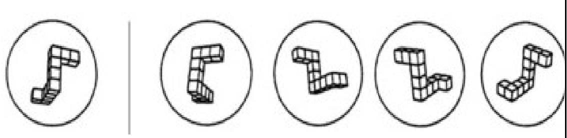
2. **Tugas Kinerja**. Kemampuan kreatif siswa dapat dinilai lebih baik melalui tugas pemecahan masalah dunia nyata.

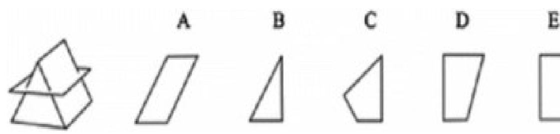
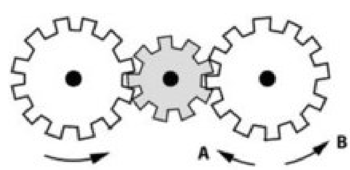
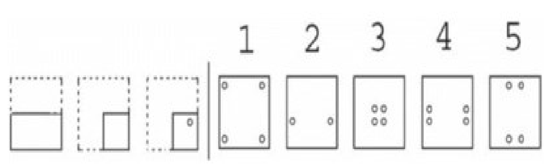
Hubungan antara Kemampuan Spasial dan Berfikir Kreatif

Kemampuan spasial dan pemikiran kreatif ditekankan dalam model teoritis karena memiliki banyak dimensi. Kemampuan spasial mencakup berbagai elemen seperti visualisasi spasial, hubungan spasial, dan fleksibilitas dalam penutupan. Penilaian pemikiran kreatif dalam matematika sering kali berfokus pada *fluency*/kelancaran (jumlah solusi yang dihasilkan), *flexibility*/fleksibilitas (rentang pendekatan yang digunakan), dan *novelty*/kebaruan atau orisionalitas (keunikan solusi).

Beberapa penelitian telah menunjukkan bahwa ada hubungan yang kuat antara kemampuan spasial dan pemikiran kreatif dalam konteks matematika. Para ilmuwan telah menemukan bahwa keterampilan spasial tertentu, seperti visualisasi spasial dan *closure flexibility* (kemampuan untuk mempertahankan konfigurasi dalam pikiran meskipun ada gangguan), dapat meramalkan berbagai aspek pemikiran kreatif. Misalnya, kapasitas visualisasi spasial, yang melibatkan manipulasi dan transformasi objek secara mental, telah terbukti menjadi prediktor fleksibilitas dan orisinalitas saat memecahkan masalah geometri.

Tabel 5.4. Beberapa Soal Geometri yang diujikan untuk Analisis Hubungan Kemampuan Spasial dan Komponen Pemikiran Kreatif

No	**Deskripsi Soal**	**Gambar Soal**
1	Dua gambar manakah yang identik dengan gambar target di sebelah kiri (hanya dilihat dari sudut yang berbeda)? *(jawab: 1,2)*	

2	Tiga bentuk manakah yang dapat dikombinasikan untuk membentuk bentuk target di paling kiri? *(jawab: 1,4,5)*	
3	Pilih penampang yang sesuai dengan gambar saat dipotong dengan bidang tertentu *(jawab: E)*	
4	Jika gigi kiri berputar ke arah yang ditunjukkan oleh tanda panah, ke arah manakah gigi kanan akan berputar? *(jawab: B)*	
5	Selembar kertas telah dilipat dan dilubangi (kiri). Gambar manakah di sebelah kanan yang sesuai dengan petunjuk di sebelah kiri? *(jawab: 4)*	

Tabel 5.5 Hubungan antara Kemampuan Spasial dan Komponen Pemikiran Kreatif pada Konteks Soal Geometri

Kemampuan Spasial	**Kelancaran**	**Fleksibilitas**	**Kebaruan**
Spatial Visualisation	-	√	√
Spatial Relations	-	-	-
Closure Flexibility	√	√	√

Temuan yang disajikan dalam tabel menguraikan hasil studi yang menyelidiki bagaimana kemampuan spasial berhubungan dengan pemikiran kreatif dalam konteks geometri. Menurut hasil tersebut, kapasitas fleksibilitas penutupan, yang melibatkan identifikasi bentuk dasar dalam bentuk yang kompleks, merupakan prediktor untuk ketiga aspek pemikiran kreatif. Selain itu, visualisasi spasial merupakan prediktor untuk fleksibilitas dan orisinalitas/kebaruan.

Peningkatan pemikiran kreatif dalam matematika sangat dipengaruhi oleh kemampuan spasial, karena kemampuan ini memungkinkan individu untuk memvisualisasikan dan memanipulasi objek dan hubungan antar objek secara mental. Keterampilan kognitif ini penting untuk memahami konsep geometri dan mendekati masalah matematika dengan cara yang inovatif. Hubungan antara kemampuan spasial dan pemikiran kreatif terlihat jelas.

1. Memvisualisasikan Konsep Matematika. Siswa dengan kemampuan spasial yang kuat dapat memutar bentuk secara mental dan membayangkan sifat-sifatnya, membantu pemahaman materi yang lebih dalam, terutama saat memecahkan masalah geometri.

2. Fleksibilitas Pemecahan Masalah. Siswa yang memiliki kemampuan spasial yang kuat cenderung mengatasi masalah dari berbagai sudut, sehingga menghasilkan solusi yang inovatif. Penelitian menunjukkan bahwa siswa tersebut mahir dalam

menyesuaikan diri dengan informasi baru dan menangani tugas rumit secara efektif, sehingga meningkatkan keterampilan pemecahan masalah mereka secara keseluruhan.

3. Tumpang Tindih Kognitif. Penelitian menunjukkan bahwa terdapat jalur saraf yang sama di otak untuk penalaran spasial dan penalaran matematis, terutama di lobus parietal. Hal ini menunjukkan bahwa peningkatan keterampilan spasial melalui pelatihan khusus juga dapat meningkatkan kemampuan matematika. Terlibat dalam tugas-tugas seperti rotasi mental atau menggunakan alat visual dapat membantu memperkuat koneksi ini.
4. Mendorong Eksplorasi. Berpartisipasi dalam tugas spasial memotivasi siswa untuk menggali ide-ide matematika di luar sekadar menghafal. Misalnya, melibatkan anak-anak dalam aktivitas seperti menggunakan mainan konstruksi seperti Lego atau terlibat dalam permainan dunia kecil dapat meningkatkan pemahaman mereka tentang hubungan spasial dan meningkatkan kemampuan mereka dalam memecahkan masalah.
5. Dampak pada Hasil Pembelajaran. Penelitian telah menunjukkan bahwa peningkatan keterampilan spasial melalui praktik dapat menghasilkan kinerja matematika yang lebih baik. Hal ini dapat sangat menguntungkan bagi siswa dari latar belakang kurang mampu, karena berpotensi mempersempit kesenjangan prestasi dalam disiplin STEM.

Mengembangkan Kemampuan Spasial dan Pemikiran Kreatif. Para pendidik dapat memanfaatkan berbagai strategi untuk meningkatkan kemampuan spasial dan pemikiran kreatif siswa dalam matematika:

1. Menggabungkan Tugas Visualisasi Spasial. Mendorong siswa untuk berpartisipasi dalam tugas yang melibatkan manipulasi dan konversi objek secara mental, seperti membuat penggambaran 2D dari bentuk 3D, berpotensi meningkatkan kemampuan visualisasi spasial dan menumbuhkan pemikiran imajinatif.
2. Menggunakan Perangkat Lunak Geometri Dinamis. Siswa dapat menggunakan eksplorasi dinamis konsep geometri melalui alat

seperti GeoGebra, yang mendorong penalaran spasial dan mempromosikan pemecahan masalah yang kreatif.

3. Mendorong Berbagai Strategi Solusi. Mendorong siswa untuk berpikir fleksibel dan kreatif dengan memberikan masalah yang memiliki banyak solusi memungkinkan mereka untuk mengeksplorasi berbagai pendekatan dalam mencapai jawaban.

Mengukur Tingkat Kreativitas dalam Pemecahan Masalah Matematika

Menilai kreativitas dalam pemecahan masalah matematika melibatkan penggunaan berbagai metode untuk mengukur sifat multifaset dari konstruksi ini. Evaluasi kreativitas meliputi pemeriksaan kemampuan siswa untuk membuat, mengartikulasikan, dan menyelesaikan masalah matematika. Pembahasan ini menyelidiki teknik dan struktur yang digunakan untuk mengevaluasi kreativitas dalam matematika, dengan menekankan elemen penting seperti kelancaran, fleksibilitas, dan kebaruan/ orisinalitas.

Tabel 5.6. Korelasi antara *Problem-Solving* dan *Problem-Posing* dalam Konteks Kreativitas Matematika

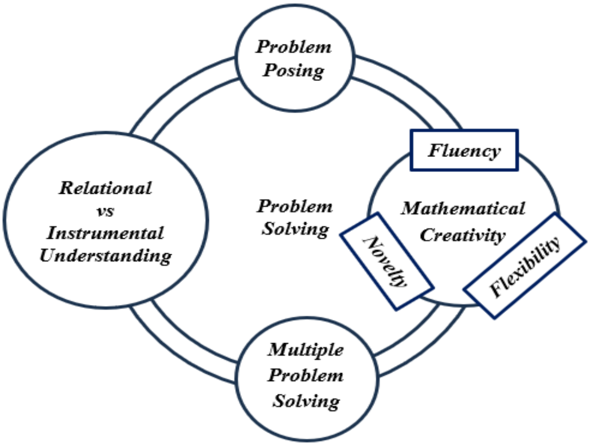
Problem Solving	Kreativitas	Problem Posing
Siswa mengeksplorasi pemecahan masalah terbuka (*open-ended problems*), dengan berbagai metode interpretasi, solusi, atau jawaban	→ **Fluency** ←	Siswa menghasilkan berbagai permasalahan yang akan diselesaikan Siswa berbagi berbagai permasalahan yang telah dibuat atau ditemukan
Siswa menyelesaikan (atau menjabarkan atau berargumen) dalam suatu langkah atau cara; lalu melanjutkan dengan cara lain	→ **Flexibility** ←	Siswa memberikan permasalahan yang dapat diselesaikan dengan beberapa cara yang berbeda Siswa menggunakan pendekatan “Bagaimana

Siswa berdiskusi berbagai metode solusi permasalahan		jika-tidak?" untuk memberikan permasalahan baru
Siswa menelusuri berbagai metode solusi atau menjawab (menjabarkan atau berargumen); lalu memberikan metode atau cara lain yang berbeda	→ **Novelty** ←	Siswa menelusuri berbagai permasalahan yang telah ada; lalu menunjukkan suatu permasalahan yang berbeda

1. Kelancaran (*Fluency*), untuk mengukur kuantitas ide atau solusi yang dihasilkan sebagai respons terhadap suatu masalah. Dalam matematika, kelancaran dapat dinilai dari jumlah soal yang diajukan atau diselesaikan oleh siswa.

2. Fleksibilitas (*Flexibility*), untuk menunjukkan kemampuan untuk mengubah pendekatan saat menangani masalah. Hal ini dapat dievaluasi dengan memeriksa berbagai metode yang digunakan untuk mencapai solusi atau berbagai jenis masalah yang dihasilkan.

3. Kebaruan (*Novelty*), untuk mengevaluasi orisinalitas ide yang dihasilkan. Dalam konteks matematika, hal ini melibatkan penilaian seberapa unik atau tidak lazimnya solusi atau masalah yang diajukan dibandingkan dengan respons yang umum.



Gambar 5.4. Diagram Skematik Korelasi antara Pemecahan Masalah dengan Kreativitas Matematika

Berbagai kerangka kerja dan instrumen yang sering digunakan untuk menilai kreativitas dalam konteks pemecahan masalah matematika antara lain,

1. Tes Torrance untuk Berpikir Kreatif (*Torrance Tests of Creative Thinking*/ TTCT) umumnya digunakan untuk mengukur pemikiran kreatif di berbagai bidang, seperti matematika. Tes ini mengukur kemampuan untuk menghasilkan banyak ide, berpikir fleksibel, dan menghasilkan respons orisinal.
2. Penilaian DISCOVER Mathematics secara khusus dibuat untuk menilai kreativitas matematika dengan menyajikan berbagai jenis soal. Penilaian ini berfokus pada kapasitas siswa untuk memecahkan atau membuat soal yang menuntut pemikiran tingkat lanjut dan solusi inovatif.
3. Tugas yang melibatkan pengajuan dan penyelesaian masalah sangat penting untuk mengevaluasi kreativitas, karena tugas-tugas tersebut mengharuskan siswa untuk merancang masalah mereka sendiri dan mengeksplorasi berbagai cara untuk menemukan solusi. Banyaknya masalah yang dirumuskan atau dibayangkan ulang dapat memberikan wawasan tentang proses kreatif siswa.

Tabel 5.7. Keterampilan Belajar (*Learning Skill*) yang disarankan untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Permasalahan Matematika

Keterampilan Belajar	**Deskripsi**
Pemahaman	Mendapatkan pengetahuan dan pemahaman tentang permasalahan yang dihadapi
Praktik	Terlibat secara aktif dalam kegiatan pemecahan masalah untuk mengembangkan kepakaran/kecakapan/kemahiran
Berfikir Kritis	Menerapkan analisis rasional dan logis untuk mengevaluasi dan memecahkan masalah

Kreativitas	Mengembangkan pendekatan orisinil dan inovatif dalam memecahkan masalah
Adaptif	Bersikap fleksibel dan berpikiran terbuka untuk menyesuaikan strategi pemecahan permasalahan sesuai kebutuhan
Kolaborasi	Bekerja sama secara efektif untuk bersama-sama memecahkan permasalahan yang rumit
Teknologi dan Instrumen	Memanfaatkan teknologi dan instrumen yang relevan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan permasalahan

Pendekatan metodologi yang sering digunakan untuk mengukur kreativitas siswa secara efektif yaitu metode campuran (*mixed method*), yang mana menggabungkan data kualitatif dan kuantitatif,

1. **Penilaian Kualitatif**, yang mana melibatkan pelaksanaan wawancara dan analisis tugas untuk memperoleh pemahaman yang lebih mendalam tentang proses kognitif siswa saat terlibat dalam tugas pemecahan masalah. Misalnya, penelitian menggunakan metode kualitatif telah mengungkap dampak efikasi diri terhadap kemampuan pemecahan masalah kreatif siswa.
2. **Penilaian Kuantitatif**, mencakup penggunaan tes standar dan kriteria penilaian untuk mengukur berbagai aspek kreativitas. Misalnya, sistem penilaian dapat menilai kuantitas (jumlah solusi yang benar) dan kualitas (orisinalitas dan kompleksitas) solusi pada skala yang ditentukan.

Daftar Pustaka

Amri, A.H. & Suryanti. (2021). Profile of Creativity in Mathematical Problem Solving in terms of Self-Efficacy and Gender. *Daya Matematis: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika, 9*(3), pp. 164-170.

Arıkan, E.E. & Ünal, H. (2015). Investigation of Problem-Solving and Problem-Posing Abilities of Seventh-Grade Students. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *15*(5), pp. 1403-1416. DOI: 10.12738/estp.2015.5.2678

Bishara, S. (2016). Creativity in unique problem-solving in mathematics and its influence on motivation for learning. *Cogent Education*, *3*(1), pp. (1202604) 1-14, DOI: 10.1080/2331186X.2016.1202604

Fortes, E.C. & Andrade, R.R. (2019). Mathematical Creativity in Solving Non-Routine Problems. *The Normal Lights*, *13*(1), pp. 108-135.

Gilligan-Lee, K.A, Hawes, Z.C.K. & Mix, K.S. (2022). Spatial thinking as the missing piece in mathematics curricula. *npj Science of Learning*, *7*(10), pp. 1-4. DOI: 10.1038/s41539-022-00128-9

Kandemir, M.A. & Gür, H. (2007). Creativity Training in Problem Solving: A Model of Creativity in Mathematics Teacher Education. *New Horizons in Education, 55*(3), pp. 107-122.

Khalid, M., Saad, S., Hamid, S.R.A., Abdullah, M.R., Ibrahim, H. & Shahrill, M. (2020). Enhancing Creativity and Problem Solving Skills Through Creative Problem Solving in Teaching Mathematics. *Creativity studies, 13*(2), pp. 270–291.

Kim, H., Cho, S. & Ahn, D. (2003). Development of mathematical creative problem solving ability test for identification of the gifted in math. *Gifted Education Intemational*, *18*, pp. 164-174.

Kozlowski, J.S.; Chamberlin, S.A. & Mann, E. (2019) Factors that Influence Mathematical Creativity. *The Mathematics Enthusiast*, *16*(1,2&3), pp. 505-540.

Mann, E.L. (2006). Creativity: The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, *30*(2), pp. 236-260.

Munahefi, D.N., Mulyono, Zahid, M.Z., Syaharani, E.A. & Fariz, R. (2021). Analysis of mathematical creative thinking test instruments on open-ended problems with ethnomatematic nuances. *Journal of Physics: Conference Series*, *1918*, pp. (042060) 1-7. DOI:10.1088/1742-6596/1918/4/042060

Nadjafikhaha, M., Yaftian, N. & Bakhshalizadeh, S. (2012). Mathematical creativity: some definitions and characteristics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 31, pp. 285-291. DOI: 10.1016/j.sbspro.2011.12.056

Newton, D., Wang, Y., & Newton, L. (2022). 'Allowing them to dream': fostering creativity in mathematics undergraduates. *Journal of Further and Higher Education*, *46*(10), pp. 1334-1346. DOI: 10.1080/0309877X.2022.2075719

Sánchez, A., Font, V. & Breda, A. (2022). Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers who are not trained to develop students' creativity. *Mathematics Education Research Journal*, *34*(4), pp. 863-885. DOI: 10.1007/s13394-021-00367-w

Silver, E.A. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Analyses*, *29*(3), pp. 75-80.

Tan, S. (2015). *Assessing Creative Problem Solving Ability in Mathematics: Revising the Scoring System of the DISCOVER Mathematics Assessment*. Dissertation. Department of Disability and Psychoeducational Studies. The University of Arizona.

Profil Penulis

Rizky Arief Shobirin, S.Si., M.Si.

Rizky Arief Shobirin merupakan seorang dosen kimia, peneliti, penulis, dan maniak matematika, yang saat ini berafiliasi dengan Prodi Tadris Kimia, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, Universitas Islam Negeri Sayyid Ali Rahmatullah Tulungagung (2023-sekarang). Beliau memiliki latar belakang pendidikan di bidang kimia murni, dengan fokus penelitian pada ilmu material, kimia fisik, kimia anorganik, dan komputasi. Beberapa penelitiannya mencakup rekayasa material, rekayasa air, kimia bahan alam, serta rekayasa terapan di bidang pertanian, peternakan, dan lingkungan. Sebelumnya beliau menempuh kuliah S1 Kimia (2007) di FMIPA di Universitas Brawijaya, yang mana aktif dalam kompetisi karya ilmiah serta kegiatan organisasi baik di Himpunan Mahasiswa Kimia (Fungsi Kontrol), Lembaga Otonomi Fakultas – FORKALAM (Ketua), hingga Badan Eksekutif Mahasiswa FMIPA UB (Presiden). Setelah lulus, beliau melanjutkan karir sebagai praktisi di PT. Roman Ceramic International (Supervisor QC), dan PT. Lautan Natural Krimerindo (Foreman QC). Beliau memutuskan untuk melanjutkan studi S2 Ilmu Kimia di tahun 2014. Beliau sempat melanjutkan studinya di National Central University (Taiwan) di tahun 2017, namun beliau memutuskan untuk tidak melanjutkannya. Beliau kembali melanjutkan kariernya menjadi dosen di Universitas Islam Kadiri (UNISKA – Kediri) di Prodi Kimia Fakultas Pertanian (2018-2023).

Rizky Arief Shobirin aktif dalam publikasi ilmiah dan pengabdian masyarakat. Beliau memiliki *passion* dalam bidang kimia secara eksperimen maupun komputasi, terutama untuk kajian mendalam terkait fenomena reaksi dan karakteristik material kimia secara mendalam dengan melibatkan berbagai persamaan matematis dan statistik dalam kimia kuantum, serta arsitektural struktur molekul secara matematika diskrit dalam kristalografi. Selain sebagai peneliti, beliau juga berperan dalam pemberdayaan masyarakat melalui pengembangan teknologi berbasis lingkungan, seperti penerapan ekonomi hijau dalam pengolahan air limbah industri tahu, pengembangan usaha organik, serta pemberdayaan sampah pertanian dan pangan untuk kebutuhan pupuk organik pertanian dan energi. Telusuri jejak beliau di:

Google Scholar: https://scholar.google.com/citations?user=2xJzcgUAAAAJ

SINTA ID: https://sinta.kemdikbud.go.id/authors/profile/6740399

Email Penulis: rashobirin@gmail.com

6

MATEMATIKA DALAM SAINS DAN TEKNIK

Dr. Farah Indrawati, S. TP., M. Pd
Universitas Indraprasta PGRI

Pemodelan Matematis Fenomena Alam

Pemodelan matematis fenomena alam merupakan suatu proses yang digunakan untuk mempresentasikan dan menganalisis perilaku fenomena alam atau sistem fisik melalui bahasa matematika. Proses yang dilakukan tersebut biasanya melibatkan beberapa tahapan penting yang bertujuan untuk memahami dan memprediksi perilaku sistem yang kompleks. Adapun bidang yang menggunakan aplikasi pemodelan matematis untuk mempelajari fenomena alam yang terjadi, diantaranya adalah fisika, biologi, dan meteorologi

Pemodelan matematis sendiri dapat didefinisikan sebagai penyusunan deskripsi perilaku dunia nyata ke dalam bentuk matematika, melalui tahapan identifikasi masalah, karakterisasi, formulasi model, analisis, validasi, dan revisi model jika dibutuhkan. Tujuan dari pemodelan matematis adalah untuk mendapatkan pemahaman yang lebih baik mengenai fenomena yang terjadi, serta menguji kebenaran dari model yang telah dibuat. Pemodelan matematis ini berdasarkan pendekatan dan tujuan penggunaannya terbagi menjadi dua tipe, yaitu :

1. Deterministik

   Model deterministik dibangun berdasarkan hukum atau sifat yang berlaku pada suatu sistem. Hasil yang diperoleh sepenuhnya ditentukan secara unik oleh parameter yang ada, tanpa adanya unsur ketidak-pastian. Contoh : model fisika yang menggambarkan gerakan benda berdasarkan hukum Newton

2. Empirik

   Model empirik dibangun berdasarkan data observasi atau pengamatan, dan eksperimen. Model ini digunakan ketika hukum dasar tidak dapat diterapkan secara langsung, serta hasil yang diperoleh berdasarkan pola yang terlihat dalam data. Contoh : model epidemologi yang memprediksi penyebaran penyakit berdasarkan data infeksi sebelumnya.

Pemilihan penggunaan model yang tepat, antara model deterministik atau model empirik, tergantung pada pemahaman mekanisme sistem, tujuan pemodelan, ketersediaan data, dan kompleksitas sistem yang dimodelkan. Beberapa kasus yang ada menunjukkan bahwa kombinasi antara model deterministik dan model empirik memberikan hasil yang lebih akurat dan komprehensif untuk menggambarkan fenomena alam. Pemodelan matematis secara keseluruhan menyediakan kerangka kerja yang kuat untuk mempelajari, memahami, dan memprediksi fenomena alam yang kompleks.

Aplikasi pemodelan matematis fenomena alam seiring berjalannya waktu berkembang dengan pesat, terlebih lagi ditahun 2024 ini yang memanfaatkan kemajuan dalam komputasi numerik dan simulasi. Beberapa contoh aplikasi pemodelan matematis fenomena alam tersebut, diantaranya adalah pemodelan aliran fluida, perubahan iklim, pertumbuhan populasi, gelombang seismik, epidemologi, transportasi, dan ekosistem, serta analisis data besar, keuangan kuantitatif, dan teknologi *smart cities*. Kemajuan dalam pemodelan matematis fenomena alam telah memungkinkan pemahaman yang lebih mendalam mengenai dunia secara alami, karena dengan menerjemahkan proses alam menjadi suatu persamaan, kita dapat memprediksi, menganalisis, dan mengelola lingkungan dengan baik.

Optimisasi dan Efisiensi Teknik

Optimisasi dan efisiensi teknik merupakan suatu konsep penting dalam berbagai disiplin ilmu yang bertujuan untuk meningkatkan kinerja dan hasil dari suatu sistem atau proses. Optimisasi ini dapat didefinisikan sebagai proses yang digunakan untuk mencari solusi terbaik dari berbagai alternatif yang tersedia dalam situasi tertentu. Tujuan dari optimisasi adalah untuk menemukan nilai maksimum atau nilai minimum dari suatu fungsi objektif yang dapat diterapkan kedalam berbagai disiplin ilmu dan aplikasi praktis. Optimisasi dalam konteks teknik dapat diterapkan pada disain dan pengoptimalan struktur, pemograman dan algoritma, proses manufaktur yang terkait dengan pengelolaan sumber daya, analisis sensitivitas, dan metode matematis.

Optimisasi yang *ideal* adalah proses mencari solusi terbaik dengan mempertimbangkan faktor fungsi tujuan (jelas dan terukur), kendala (persamaan atau pertidaksamaan yang membatasi nilai variabel dalam fungsi tujuan), ruang solusi (diskrit atau kontinu), optimalitas (global atau lokal), dan metode penyelesaian (dipilih berdasarkan karakter masalah yang dihadapi). Optimisasi berdasarkan metode penyelesaiannya dapat dibagi menjadi tiga tipe, yaitu:

1. Optimisasi Klasik

   Optimisasi klasik adalah optimisasi yang melibatkan metode analitis dan numerik untuk mencari solusi maksimal dari suatu fungsi tujuan, baik dengan kendala, atau tanpa kendala. Beberapa tipe optimisasi klasik, diantaranya adalah optimisasi tanpa kendala yang mencari nilai maksimum atau minimum dari fungsi tanpa batasan, optimisasi dengan kendala yang mempertimbangkan batasan saat mencari solusi maksimal, pemograman linier yang menyelesaikan masalah dimana fungsi objektif dan kendala dinyatakan dalam bentuk linier, pemrograman *non* linier yang menyelesaikan masalah dimana fungsi objektif dan kendala dinyatakan dalam bentuk *non* linier, pemrograman integer yang menyelesaikan masalah kombinatorial, pemograman kuadratik yang menyelesaikan masalah aplikasi teknik dan ekonomi menggunakan fungsi kuadratik sebagai fungsi objektif dengan kendala linier, serta pemrograman dinamis yang menyelesaikan masalah dengan membaginya menjadi sub masalah yang lebih kecil dalam pengambilan keputusan yang berurutan. Adapun metode dalam optimisasi klasik yang dapat digunakan, diantaranya adalah metode *Gradient Descent* yang digunakan untuk menemukan minimum lokal dari suatu fungsi dengan mengikuti gradien turun, metode Newton yang menggunakan turunan kedua untuk mempercepat konvergensi dalam pencarian minimum atau maksimum lokal, dan analisis Sensitivitas yang mempelajari bagaimana perubahan parameter *input* mempengaruhi solusi maksimal.

2. Optimisasi Heuristik dan Metaheuristik

   Optimisasi heuristik dan metaheuristik adalah optimisasi yang diterapkan ketika ruang solusi terlalu kompleks atau besar untuk dianalisis secara eksak. Perbedaan antara optimisasi heuristik dan metaheuristik terletak pada pendekatan dan fleksibilitas metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah. Optimisasi heuristik biasanya dikembangkan untuk menyelesaikan suatu jenis masalah tertentu dan cepat menemukan solusi, walaupun tidak memberikan hasil yang maksimal. Optimisasi metaheuristik dapat dikembangkan untuk menyelesaikan berbagai jenis masalah menggunakan pendekatan tingkat tinggi untuk mengarahkan optimisasi heuristik dalam meningkatkan mutu kinerja dan solusi yang dihasilkan.

3. Optimisasi Multi Objektif

   Optimisasi multi objektif adalah optimisasi yang melibatkan lebih dari satu fungsi tujuan secara bersama dalam pengambilan keputusan. Biasanya optimisasi multi objektif ini digunakan dalam situasi konflik dengan tujuan berbeda. Metode penyelesaian masalah yang dapat digunakan dalam optimisasi multi objektif ini, diantaranya adalah wighted sum methode yang menggabungkan semua fungsi tujuan menjadi satu fungsi dengan bobot tertentu untuk masing-masing tujuan, *epsilon constraint method* yang mengubah masalah multi objektif menjadi masalah satu tujuan dengan adanya batasan pada fungsi lain, dan *compromise programming* yang memaksimalkan dua atau lebih tujuan untuk menghasil solusi *ideal* berdasarkan bobot yang terdapat pada masing-masing fungsi.

Efisiensi adalah penggunaan sumber daya secara maksimal untuk mencapai hasil yang dinginkan. Setiap efisiensi mempunyai pendekatan dan aplikasi yang berbeda dalam optimisasi. Hal tersebut tergantung pada konteks dan tujuan yang ingin dicapai. Adanya pemahaman mengenai berbagai tipe efisiensi dapat membantu untuk membuat rancangan strategi optimisasi yang lebih efektif dan sesuai dengan kebutuhan spesifik dari suatu sistem. Efisiensi dalam konteks teknik dapat diukur dengan rasio antara *output* yang dihasilkan dan *input* yang digunakan. Tipe efisiensi yang umum digunakan dalam optimisasi terbagi menjadi enam, yaitu:

1. Efisiensi Teknis

   Efisiensi teknis dalam optimisasi biasanya digunakan untuk mengevaluasi kinerja produksi. Efisiensi ini berfokus pada hubungan *input* yang tersedia dan output maksimum tanpa mempertimbangkan harga *output*.

2. Efisiensi Alokatif

   Efisiensi alokatif dalam optimisasi biasanya digunakan untuk mengukur seberapa baik sumber daya digunakan dalam proporsi maksimal berdasarkan harga *input*. Efisiensi alokatif ini merupakan alokasi sumber daya secara maksimal dengan biaya minimum dan *output* yang maksimum

3. Efisiensi Ekonomi

   Efisiensi ekonomi dalam optimisasi merupakan gabungan dari efisiensi teknis dan alokatif yang digunakan untuk mengukur kemampuan dalam memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan biaya secara keseluruhan. Biasanya analisis ekonomi ini digunakan analisis biaya manfaat pada proyek investasi.

4. Efisiensi Pareto

Efisiensi pareto dalam konteks optimisasi multi objektif merupakan kondisi dimana tidak ada solusi lain yang dapat meningkatkan satu fungsi tujuan tanpa mengorbankan fungsi tujuan lain.

5. Efisiensi Dinamis

   Efisiensi dinamis merupakan efisiensi yang terkait dengan kemampuan suatu sistem untuk beradaptasi dan meningkatkan kinerja seiring berjalannya waktu. Efisiensi dinamis dalam konteks inovasi dan pengembangan berkelanjutan ini penting, karena penyesuaian terhadap perubahan lingkungan eksternal sangat dibutuhkan.

6. Efisiensi Statis

   Efisiensi statis merupakan efisiensi yang sering digunakan dalam analisis permasalahan dalam jangka pendek. Efisiensi statis ini mengukur kinerja dalam suatu titik tertentu, tanpa mempertimbangkan dinamika perubahan yang terjadi di masa depan.

Pemahaman mengenai metode optimisasi merupakan salah-satu kunci untuk meningkatkan efisiensi dalam pengambilan keputusan dan operasional bisnis. Penerapan teknik optimisasi yang tepat dan sesuai, dapat meningkatkan efisiensi teknik dan efisiensi alokatif, serta mencapai kinerja yang lebih baik secara keseluruhan, baik dalam pemaksimalan penggunaan sumber daya, peningkatan *output*, maupun pencapaian tujuan ekonomi yang lebih efektif. Dua metode yang dapat digunakan dalam pengukuran efisiensi, diantaranya adalah :

1. Data *Envelopment Analysis* (DEA)

   Metode DEA dengan pendekatan *non* parametrik ini digunakan untuk mengevaluasi efisiensi relatif dari unit keputusan dengan membandingkan *input* dan *output* yang ada. Metode DEA merupakan metode yang fleksibel dengan tingkat inefisiensi *over estimate*.

2. *Stochastic Frontier Analysis* (SFA)

   Metode SFA dengan pendekatan parametrik ini digunakan untuk memperhitungkan variabilitas acak dalam suatu produksi, serta memungkinkan analisis inefisiensi teknis dengan mempertimbangkan faktor eksternal yang mempengaruhi *output.* Metode SFA merupakan metode yang dapat memberikan pemahaman bagaimana pengaruh input terhadap output secara lebih detail dengan informasi yang akurat dan model parametrik yang spesifik

Simulasi dan Prediksi Berbasis Matematika

Simulasi berbasis matematika adalah salah-satu metode yang digunakan untuk memodelkan dan menganalisis sistem matematis melalui representasi simulasi. Simulasi berbasis matematika tidak hanya dapat meningkatkan motivasi, pemahaman konseptual, kemampuan berfikir logis dalam pembelajaran, tetapi juga dapat meningkatkan keterampilan, karena sedemikian rupa pembelajaran dibuat menjadi lebih menarik dan interaktif. Penggunaan teknologi dalam simulasi berbasis matematika ini sangat relevan dalam konteks pendidikan yang *modern*. Beberapa aplikasi dan penelitian terkait simulasi berbasis matematika yang dapat dijadikan sebagai referensi, diantaranya adalah :

1. Model simulasi TIK dalam pembelajaran matematika

   Indikator keberhasilan penggunaan simulasi TIK dalam pembelajaran matematika dapat diidentifikasi melalui beberapa hal sebagai berikut : peningkatan hasil belajar, keterlibatan dan partisipasi, kemampuan berfikir logis, umpan balik yang positif, minat dan sikap positif terhadap matematika, dan kemampuan menggunakan TIK.

2. Pengembangan aplikasi android berbasis simulasi interaktif

   Indikator keberhasilan dalam pengembangan aplikasi android berbasis simulasi interaktif dapat diidentifikasikan melalui beberapa aspek yang mencerminkan efektivitas serta mutu aplikasi (konten dan disain) dalam mendukung pembelajaran, yang diantaranya adalah sebagai berikut : peningkatan hasil belajar, keterlibatan dan partisipasi, umpan balik, validitas konten, kemudahan penggunaan, kesesuaian dengan kurikulum, dan keberlanjutan penggunaan.

3. Penerapan simulasi PhET (*Physics Education Technology*) dalam pembelajaran matematika

   Indikator keberhasilan penerapan simulasi PhET dalam pembelajaran matematika, diantaranya adalah : peningkatan hasil belajar, keaktifan, motivasi, pemahaman konsep matematika, kemampuan pemecahan masalah, literasi *digital*, serta umpan balik yang positif.

4. Efektivitas multimedia pembelajaran matematika berbasis simulasi

   Indikator keberhasilan efektivitas multimedia pembelajaran matematika berbasis simulasi dapat diidentifikasikan melalui aspek yang mencerminkan peningkatan dalam proses pembelajaran, diantaranya adalah sebagai berikut : peningkatan hasil belajar, motivasi dan keterlibatan, umpan balik, mutu interaksi, keterampilan psikomotor, serta kesesuaian dengan kurikulum dan kebutuhan

5. Penerapan metode simulasi dalam pembelajaran matematika

   Indikator keberhasilan penerapan metode simulasi dalam pembelajaran matematika dapat diidentifikasi melalui aspek yang mencerminkan efektivitas dan dampak positif, diantaranya adalah sebagai berikut : peningkatan hasil belajar secara keseluruhan, pemahaman konsep, kemampuan berfikir logis, motivasi dan keterlibatan, keterampilan sosial dan kolaborasi, serta kesesuaian dengan kurikulum.

Pemodelan matematis fenomena alam, optimisasi dan efisiensi teknik, serta simulasi dan prediksi berbasis matematika mempunyai hubungan yang saling terkait dalam proses pengambilan keputusan yang akurat, efisien dan efektif dalam mencapai suatu tujuan tertentu yang telah ditetapkan. Integrasi ketiga hal tersebut sangat penting, terutama dalam menghadapi tantangan yang ada pada setiap perkembangan zamannya, seperti kompleksitas fenomena alam, mutu data yang akurat, dan validasi model yang efektif.

Daftar Pustaka

Rustamaji, H. (2012). Integrasi Optimasi. https://herirustamaji.com/2012/01/01/integrasi-optimasi/https://herirustamaji.com/2012/01/01/integrasi-optimasi/https://herirustamaji.com/2012/01/01/integrasi-optimasi/

Theodore, AK. (2016). Pemodelan Matematika. FMIPA Universitas Gadjah Mada. https://himatika.fmipa.ugm.ac.id/2016/11/25/permodelan-matematika/#:~:text=Pemodelan%20matematika%20merupakan%20bidang%20matematika,real%20ini%20menjadi%20lebih%20tepat.

Ulkhaq, MM. (2021). Metode *Stochastic* Frontier Analysis untuk Mengukur Efisiensi di Sektor Pendidikan. Sainteknol, 19 (2), Hal 65-73. https://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/sainteknolhttps://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/sainteknol

Usman, PM., Dian Puspapratiwi. (2024). Matematika Terapan. PT Media Penerbit Indonesia. Medan. https://repository.mediapenerbitindonesia.com/204/1/T%20275%20-%20Matematika%20Terapan.pdf

Profil Penulis

Farah Indrawati

Penulis merupakan dosen tetap Program Studi Pendidikan Matematika, Fakutas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indraprasta PGRI. Penulis menyelesaikan Pendidikan S1 di Program Studi Mekanisasi Pertanian, Fakultas Teknologi Industri Pertanian, Institut Teknologi Indonesia pada tahun 1998. Selanjutnya Penulis menyelesaikan Pendidikan S2 di Program Pascasarjana Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indraprasta PGRI pada tahun 2013, dan menyelesaikan Pendidikan S3 Program Studi Manajemen Pendidikan, Sekolah Pascasarjana Universitas Pakuan pada tahun 2022. Penulis aktif dalam dunia pendidikan dengan mengawali karirnya sebagai dosen pada tahun 2010 sampai dengan saat ini. Penulis juga aktif menulis beberapa artikel dan buku mulai tahun 2015, selain menjalankan tridharma Perguruan Tinggi. Beberapa artikel dan *chapter* terkait yang dituliskan oleh penulis, diantaranya adalah mengenai matematika, ilmu pengetahuan alam, sumber daya manusia, dan lain sebagainya.

Email Penulis: farah_indrawati@yahoo.com

7

MATEMATIKA DI DUNIA BISNIS DAN EKONOMI

Amika Sapan, S.Pd., M.Pd
Universitas Kristen Indonesia Paulus

Pendahuluan

Matematika bisnis dan ekonomi merupakan ilmu matematika terapan yang menggunakan pendekatan analisis matematis untuk memecahkan dan menarik kesimpulan tentang permasalahan yang terjadi dalam dunia bisnis, seperti biaya, harga, upah tenaga kerja, penawaran dan permintaan, pendapatan dan keuntungan, serta pengambilan keputusan terbaik. Matematika yang berkaitan diatas dengan sesuatu yang dapat dihitung (countable) atau sesuatu yang dinyatakan dalam bentuk kualitas (jumlah). Konsep bisnis ini, seringkali hanya diungkapkan dalam bentuk matematika sederhana, seperti pada konsep bilangan bulat atau pecahan yang diikuti operasi sederhana seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Namun seiring dengan berkembangnya kehidupan manusia, maka kegiatan ekonomi yang dilakukan semakin kompleks dan saling berhubungan dengan kegiatan lainnya, sehingga kegiatan ekonomi tersebut juga memerlukan penyelesaian yang kompleks.

Secara umum, semakin kompleks permasalahannya, maka semakin kompleks pula pendekatan analisis yang digunakan untuk menyelesaikannya. Penyelesaian kompleksitas permasalahan dapat dibentuk dengan pemodelan matematika. Pemodelan ekonomi ini, merupakan penyederhanaan suatu bentuk dari dunia nyata. Pada kenyataannya, hubungan antara variabel dalam ekonomi yang sangat rumit baik dilihat dari segi jumlah maupun bentuk hubungannya. Penyederhanaan hubungan tersebut biasanya dilakukan dengan cara penerapan berbagai macam asumsi sehingga akan terbentuk sebuah model ekonomi. Mengubah model tersebut ke dalam bentuk simbol matematika, kemudian menggunakan kaidah matematika untuk pemecahan semua permasalahan yang ada dalam sebuah model ekonomi.

Dengan mengubah model ekonomi menjadi model matematika, maka kesulitan dalam penyelesaian masalah ekonomi dapat dialihkan ke penyelesaian masalah matematika. Oleh karena itu, pemahaman beberapa konsep matematika merupakan prasyarat untuk menyelesaikan masalah matematika maka para ahli dalam ilmu ekonomi memanfaatkan simbol-simbol dan dalil-dalil matematis untuk menggambarkan permasalahan ekonomi sebagai upaya untuk membantu membahas, menganalisis dan menjelaskan berbagai masalah tersebut agar tidak salah dalam pengambilan keputusan. Matematika ekonomi dan bisnis juga dimanfaatkan dalam berbagai ilmu lain seperti, ekonomi makro, ekonomi mikro, metode kuantitatif dalam bisnis, manajemen keuangan, serta ilmu lainnya yang menggunakan alat analisis dalam pendekatannya. Ada dua pendekatan dalam penyelesaian masalah ekonomi yang pertama adalah analisis matematis dan yang kedua adalah analisis non matematis. Contoh kasus analisis matematis dan non matematis dalam suatu permasalahan ekonomi misalnya dalam memulai kegiatan perdagangan nilai tukar mata uang pada hari X. Proyeksi nilai tukar bisa dianalisis menggunakan regresi sederhana berdasarkan data yang sudah ada sebelumnya. Sedangkan analisis non matematis dilakukan dengan mengamati kondisi mikro dan makro suatu negara, misalnya pergerakan kebijakan yang dikeluarkan oleh pemerintah dan Bank Indonesia dalam menghadapi masalah moneter.

Kompleksitas fenomena suatu bisnis maupun ekonomi yang rumit dapat dicari penyelesaiaanya dengan menggunakan konsep matematis untuk menganalisis suatu permasalahan, dan sebagai alat pendekatan untuk merumuskan berbagai hubungan antar variabel dalam ekonomi tersebut ke dalam bentuk model atau persamaan matematis dalam mencari penyelesaiannya atau solusinya. Contoh aplikasinya dapat dinyatakan dengan permintaan barang (Q), dan P adalah harga satuan, sedangkan a dan b adalah parameter atau koefisien. Oleh karena itu, model teori ekonomi kualitatif dapat dinyatakan dengan model kuantitatif. Untuk mendapatkan nilai parameter a dan b pada persamaan matematika : $Q = a + bP$, digunakan pengetahuan beberapa konsep dalam matematika atau statistika. Dengan menerapkan konsep matematika atau statistika, dapat menyelesaikam konsep ekonomi beserta permasalahannya dan mencari solusinya disebut matematika ekonomi atau statistika ekonomi.

1. Teori Ekonomi dan Matematika Ekonomi

   Teori ekonomi menjelaskan secara kualitatif hubungan antar variabel ekonomi. Misalnya, ketika harga naik/turun, permintaan menurun/meningkat, ketika investasi meningkat, pendapatan nasional meningkat, dan ketika konsumsi meningkat, pendapatan nasional meningkat. Peningkatan pendapatan dan hubungan lain yang berkaitan dengan kegiatan ekonomi kelompok masyarakat. Teori-teori ekonomi tentang keadaan fenomena ini, tidak memberikan ukuran yang jelas mengenai kekuatan hubungan antar variabel ekonomi. *Business Mathematics* dapat disederhanakan ke dalam suatu model yang disebut model matematika. Misalnya konsep ekonomi mempunyai gejala bahwa permintaan suatu barang sangat bergantung pada harganya, dengan asumsi bahwa faktor-faktor lain yang mempengaruhi permintaan barang diasumsikan konstan (ceteris paribus).

   Kondisi ini dapat dinyatakan ke dalam fungsi matematika, dengan persamaan : $Q = f(P)$. Dengan asumsi hubungan ini linier, kita dapat memperjelasnya menggunakan model linier $Q = a + bP$. Di sini Q, adalah kuantitas yang diminta suatu produk, P adalah harga satuan, dan a dan b adalah parameter atau koefisien. Dengan demikian, model teori ekonomi kualitatif dapat diselesaikan dengan oleh model kuantitatif. Menyelesaikan nilai parameter a dan b pada persamaan matematika: $Q = a + bP$, memerlukan pengetahuan beberapa konsep dalam matematika atau statistika. Untuk itu, konsep matematika atau statistika yang dapat mengungkapkan konsep ekonomi beserta permasalahannya dan mencari solusinya disebut matematika ekonomi dan bisnis atau statistika ekonomi. Selain model linier sederhana yang disebutkan di atas, masih banyak model matematika lain yang dapat dinyatakan sebagai fenomena bisnis dan ekonomi dalam dunia nyata. Misalnya, model eksponensial dapat disimbolkan sebagai kasus pertumbuhan penduduk dan pertumbuhan pendapatan suatu negara, model multivariat dapat mewakili pengaruh berbagai variabel terhadap permintaan dan penawaran barang, dan model program linier dan model integral diferensial juga dapat diwakili. .banyak digunakan untuk membantu memecahkan masalah optimasi ekonomi dan bisnis. dan model matematika lainnya. Pendahuluan ini memerlukan pemahaman tentang variabel, parameter, dan konstanta sebagai konsep dasar model matematika yang digunakan dalam aplikasi praktis pemecahan masalah.

2. Variabel dan Konstanta

Model matematika biasanya direpresentasikan menggunakan berbagai simbol dan kombinasi variabel dan konstanta. Simbol-simbol matematika digunakan untuk menyatakan hubungan variabelnya dengan logika dalam matematika digunakan untuk menerangkan alasan hubungan variable tersebut. Variabel adalah suatu unsur yang sifat-sifatnya berubah dari suatu keadaan ke keadaan lain, dan dalam rumusan fungsionalnya, dapat dibedakan menjadi variabel bebas dan variabel terikat. Variabel bebas adalah variabel yang dapat menjelaskan (mempengaruhi) variabel lain, dan variabel tidak bebas merupakan variabel yang dijelaskan (dipengaruhi) oleh variabel bebas . Koefisien adalah satu atau lebih angka yang muncul tepat sebelum suatu variabel dan berhubungan dengan variabel tersebut. Konstanta adalah suatu besaran bilangan atau angka yang sifatnya tetap dan tidak berubah untuk suatu kasus dan tidak terkait dengan suatu variabel. Konstanta atau koefisien yang sifatnya masih umum disebut sebagai parameter, artinya besarannya tetap untuk suatu kasus, tetapi berubah pada kasus lainnya.

Sebagai contoh persamaan:

Y = 10 + 2x, nilai 10 dan 2 adalah konstanta, x adalah variabel bebas dan Y adalah 5 variabel tidak bebas, konstanta 2 dapat disebut sebagai koefisien variabel x.

Selanjutnya jika persamaan: Y = a + bx, dengan a dan b adalah konstanta, dalam hal ini a dan b dapat disebut juga parameter, karena nilainya dapat berbeda untuk mengungkapkan kasus yang sama pada objek yang berbeda.

3. Model Matematika

Model merupakan penyederhanaan dari sistem yang kompleks/situasi yang nyata. Model sering menggunakan persamaan yang menyatakan hubungan variabel satu dengan yang lainnya untuk dapat memberikan analisis dan pembuatan keputusan. Berbagai jenis model dapat digunakan dalam analisis, seperti model simbol, model diagram, model matematika. Model yang sering dikaitkan dengan ekonomi manajerial seperti: variabel cost, revenue, profit, labor, capital, dan risk. Contoh penerapan Model persamaan struktural dari PLS ditunjukkan sebagai berikut:

$$Y_1 = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_5 a\ Y_2 + \varepsilon_1 \quad \text{persamaan (1)}$$

$$Y_2 = \beta_3 X_1 + \beta_4 X_2 + \beta_5 b\ Y_1 + \varepsilon_2 \quad \text{persamaan (2)}$$

$$Y_3 = \gamma_1 Y_1 + \gamma_2 Y_2 + \varepsilon_3 \quad \text{persamaan (3)}$$

Persamaan struktural merupakan suatu bentukan dari persamaan regresi linear yang ditunjukan oleh persamaan (1), persamaan (2), dan persamaan (3).

Selain model linier sederhana yang disebutkan di atas, masih banyak model matematika lain yang dapat dinyatakan sebagai kondisi bisnis dan ekonomi dalam dunia nyata. Misalnya, model eksponensial dapat dikategorikan sebagai kasus pertumbuhan penduduk dan pertumbuhan pendapatan suatu negara, dan model multivariat dapat dikategorikan sebagai pengaruh berbagai variabel terhadap penawaran dan permintaan barang, model program linier, dan model integral diferensial. Model matematika ini banyak digunakan untuk memecahkan masalah bisnis dan ekonomi dengan optimisasi supply chain dan logistik dengan membuat model matematika lainnya dengan berbagai keunggulan, pada bagian pendahuluan ini diperlukan pemahaman tentang variabel, parameter, dan konstanta sebagai konsep dasar dalam model matematika yang digunakan dalam aplikasi pemecahan masalah praktis.

Sebagai contoh, permintaan sebuah komoditi disimbolkan P, penerimaan dari hasil penjualan produk Q adalah R, biaya total untuk memproduksi Q adalah C, dan laba total dari penjualan Q ditentukan dengan mendapatkan selisih antara penerimaan R dengan total biaya C dari jumlah Q yang yang terjual.

Bentuk umum dari suatu fungsi permintaan linear adalah sebagai berikut ini :

$$Qd = a - bP \quad \text{atau} \quad P = -1/b\ (- a + Qd)$$

dimana :

a dan b = konstanta, dimana b harus bernilai negatif

$b = \Delta Qd / \Delta Pd$

P = hargaproduk per unit

Q = kuantitas unit produk

Syarat, $P \geq 0$, $Q \geq 0$

Bentuk umum dari fungsi penawaran adalah kebalikan dari fungsi permintaan, yaitu sebagai berikut : $Qs = -a + bPs$

dimana :

a dan b = konstanta, dimana b harus bernilai positif

$b = \Delta Qs / \Delta Ps$

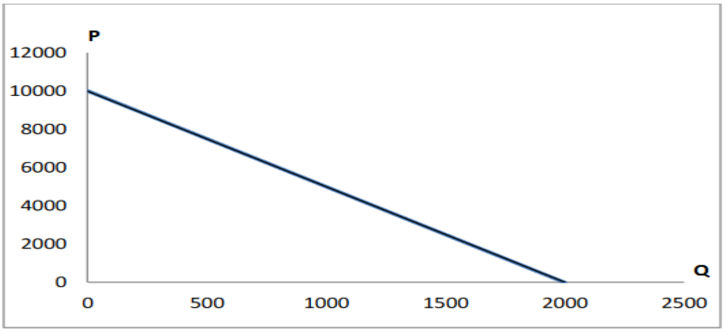
Ps = harga produk yang ditawarkan per unit

Qs = jumlah/kuantitas produk yang ditawarkan

$Ps \geq 0$, $Qs \geq 0$

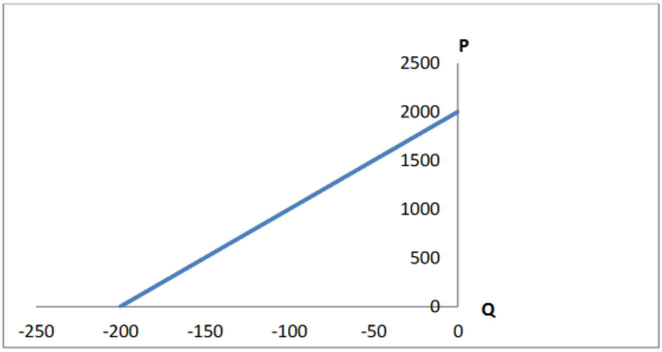
Tujuan dari adanya sebuah model matematika adalah, memungkinkan dilakukan proses pengambilan keputusan mengenai situasi nyata dengan menganalisis model tersebut. Nilai kesimpulan dan keputusan berdasarkan model tergantung pada seberapa baiknya model matematika dapat merepresentasikan kondisi nyatanya. Dengan pengertian bahwa model yang baik membuat keputusan menjadi tidak bias. Model matematika selalu melibatkan simbol untuk menyatakan suatu besaran bilangan dan angka, maka pemahaman himpunan dan operasinya, sistem bilangan dan operasinya perlu dipahami dengan baik, terutama system bilangan nyata. Selain itu, model yang dapat dipergunakan dalam fenomena ekonomi lebih banyak model grafik, seperti analisis kurve, analisis fungsi, analisis slope dan sebagainya.

Contoh grafik fungsi permintaan :



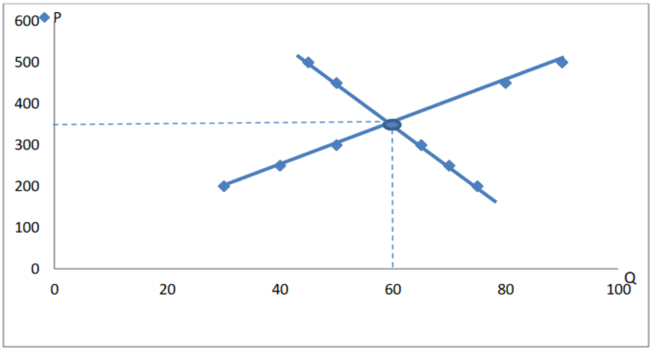
Gambar 1.1 Grafik Fungsi Permintaan

Contoh grafik fungsi penawaran :



Gambar 1.2 Grafik Fungsi Penawaran

Contoh grafik fungsi permintaan dan penawarannya dapat dilihat sebagai berikut:



Gambar 1.3. Grafik permintaan dan penawaran

Data yang berbentuk fungsi permintaan dan penawaran yang setipe. Syarat keseimbangan pasar adalah: Qd = Qs atau Pd = Ps

Dimana :

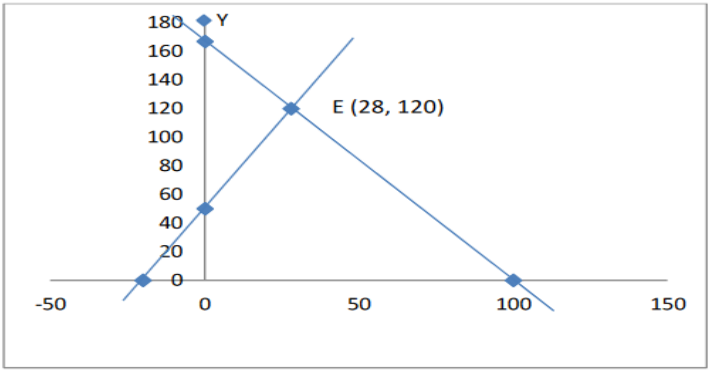
Qd = Jumlah produk yang diminta

Qs = Jumlah produk yang ditawarkan

Pd = harga yang diminta

Ps = harga yang ditawarkan

Contoh grafik keseimbangan pasar :



Gambar 1.4 Grafik Keseimbangan pasar linear

4. Hubungan Matematika dengan bidang Bisnis dan Ekonomi

Matematika bisnis dan ekonomi adalah bidang matematika yang digunakan untuk menganalisis masalah-masalah ekonomi dan bisnis dengan menggunakan konsep dan teknik matematika. Ruang lingkup matematika bisnis dan ekonomi sangat luas serta mencakup berbagai topik yang relevan dengan pengambilan keputusan ekonomi, analisis bisnis, optimisasi, dan model matematika lainnya.

Beberapa ruang lingkup utama dalam matematika bisnis dan ekonomi meliputi:

a. Bisnis

1) Akuntansi dan Keuangan:

- Perhitungan laba rugi: Matematika digunakan untuk menghitung pendapatan, biaya, dan keuntungan perusahaan.
- Analisis keuangan: Matematika digunakan untuk menganalisis laporan keuangan, seperti neraca, laporan laba rugi, dan arus kas.
- Manajemen aset: Matematika digunakan untuk menghitung nilai aset, mengelola investasi, dan menentukan strategi investasi.

2) Pemasaran:

- Analisis pasar: Matematika digunakan untuk menganalisis data pasar, seperti tren pembelian, preferensi pelanggan, dan perilaku konsumen.
- Strategi penetapan harga: Matematika digunakan untuk menentukan harga yang optimal untuk produk dan layanan, dengan mempertimbangkan biaya produksi, permintaan pasar, dan persaingan.

3) Operasional:

- Manajemen persediaan: Matematika digunakan untuk mengoptimalkan persediaan, mengurangi biaya penyimpanan, dan memastikan ketersediaan barang.

- Manajemen rantai pasokan: Matematika digunakan untuk mengoptimalkan aliran barang dan informasi dalam rantai pasokan, mengurangi biaya transportasi, dan meningkatkan efisiensi.

4) Statistik dan Analisis Data:
   - Pengambilan keputusan: Matematika digunakan untuk menganalisis data, mengidentifikasi tren, dan membuat keputusan yang lebih baik.
   - Prediksi: Matematika digunakan untuk membuat prediksi tentang tren pasar, permintaan produk, dan kinerja bisnis.

b. **Ekonomi**

1) Makroekonomi:
   - Model ekonomi: Matematika digunakan untuk membangun model ekonomi yang menjelaskan hubungan antara variabel ekonomi, seperti inflasi, pengangguran, dan pertumbuhan ekonomi.
   - Analisis kebijakan ekonomi: Matematika digunakan untuk menganalisis dampak kebijakan ekonomi, seperti kebijakan fiskal dan moneter, terhadap perekonomian.

2) Mikroekonomi:
   - Teori perilaku konsumen: Matematika digunakan untuk memodelkan perilaku konsumen, seperti preferensi, permintaan, dan penawaran.
   - Teori perilaku produsen: Matematika digunakan untuk memodelkan perilaku produsen, seperti biaya produksi, penawaran, dan keuntungan.

3) Ekonometri:
   - Estimasi model ekonomi: Matematika digunakan untuk mengestimasi parameter model ekonomi menggunakan data empiris.
   - Pengujian hipotesis ekonomi: Matematika digunakan untuk menguji hipotesis ekonomi dan menentukan apakah model ekonomi yang diusulkan valid.

Jadi kesimpulannya, matematika bisnis dan ekonomi merupakan bagian dari ilmu ekonomi sebagai salah satu ilmu social dan sebagai pendekatan (*approach*) yang digunakan untuk menerangkan dan menganalisis hubungan antar variabel dalam ekonomi. Pengetahuan matematika membantu para profesional di bidang ini untuk membuat keputusan yang lebih baik, menganalisis data dengan lebih akurat, dan memahami hubungan antara berbagai variabel ekonomi.

Analisis Risiko dan Pengambilan Keputusan

Analisis risiko dan pengambilan keputusan adalah dua sisi mata uang yang sama dalam dunia bisnis dan ekonomi. Mereka saling terkait erat dan saling mendukung untuk mencapai tujuan yang diinginkan. Berikut adalah beberapa contoh hubungan erat antara analisis risiko dan pengambilan keputusan dalam dunia bisnis dan ekonomi:

a. Investasi:
   - Analisis Risiko: Sebelum menginvestasikan modal, perusahaan akan menganalisis berbagai risiko yang terkait dengan investasi tersebut, seperti risiko pasar, risiko operasional, risiko keuangan, dan risiko politik.
   - Pengambilan Keputusan: Berdasarkan analisis risiko, perusahaan akan memutuskan apakah investasi tersebut layak dilakukan, berapa besar modal yang akan dialokasikan, dan bagaimana meminimalkan risiko.

b. Peluncuran Produk Baru:
   - Analisis Risiko: Sebelum meluncurkan produk baru, perusahaan akan menganalisis risiko pasar, risiko teknologi, risiko persaingan, dan risiko produksi.
   - Pengambilan Keputusan: Berdasarkan analisis risiko, perusahaan akan memutuskan apakah produk tersebut layak diluncurkan, strategi pemasaran yang akan digunakan, dan bagaimana meminimalkan risiko kegagalan.

c. Manajemen Keuangan:
   - Analisis Risiko: Perusahaan akan menganalisis risiko keuangan, seperti risiko likuiditas, risiko kredit, dan risiko suku bunga.
   - Pengambilan Keputusan: Berdasarkan analisis risiko, perusahaan akan menentukan strategi manajemen keuangan yang tepat, seperti bagaimana mengelola arus kas, mendapatkan pendanaan, dan meminimalkan risiko keuangan.

d. Strategi Bisnis:
   - Analisis Risiko: Perusahaan akan menganalisis risiko strategis, seperti risiko persaingan, risiko teknologi, dan risiko perubahan peraturan.
   - Pengambilan Keputusan: Berdasarkan analisis risiko, perusahaan akan menentukan strategi bisnis jangka panjang yang tepat, seperti bagaimana bersaing di pasar, bagaimana beradaptasi dengan perubahan teknologi, dan bagaimana meminimalkan risiko strategis.

e. Kebijakan Ekonomi:
   - Analisis Risiko: Pemerintah akan menganalisis risiko ekonomi, seperti risiko inflasi, risiko pengangguran, dan risiko resesi.
   - Pengambilan Keputusan: Berdasarkan analisis risiko, pemerintah akan menentukan kebijakan ekonomi yang tepat, seperti kebijakan fiskal dan moneter, untuk meminimalkan risiko ekonomi dan mencapai pertumbuhan ekonomi yang berkelanjutan.

Analisis risiko dan pengambilan keputusan adalah proses yang saling terkait erat dalam dunia bisnis dan ekonomi. Analisis risiko memberikan informasi penting yang membantu para pengambil keputusan untuk memilih opsi yang lebih aman, meminimalkan kerugian potensial, dan memaksimalkan peluang keberhasilan. Dengan memahami risiko dan mempertimbangkan berbagai opsi, pengambil keputusan dapat membuat keputusan yang lebih baik, meningkatkan peluang keberhasilan, dan meminimalkan kerugian

1. Kondisi dalam Pengambilan Keputusan dalam Matematika Bisnis dan Ekonomi

   Analisis risiko dilakukan oleh seorang pengambil keputusan, karena mereka sering kali tidak mengetahui secara pasti apa konsekuensi tindakan mereka di masa depan. Sebagai contoh yakni rencana pembangunan PLTN (pembangkit listrik tenaga nuklir) oleh Indonesia. Perencanaan fasilitas ini dimulai beberapa dekade yang lalu. Faktanya, pada studi kelayakan proyek ini dimulai secara sukarela dan didasarkan pada data tahun 1970an dan 1980an. Hasil survei menunjukkan bahwa rencana pembangkit listrik tenaga nuklir dapat terealisasi pada tahun 2000. Namun, perkembangan teknologi baru pada tahun 2000 yang memungkinkan terciptanya sumber energi baru, pemerintah sebagai pengambil keputusan telah memutuskan bahwa sudah tidak tepat lagi untuk mendirikan pembangkit listrik tenaga nuklir pada tahun 2000 dan akan dibangun setelah tahun 2020 sumber energi terbarukan. Keadaan seperti ini menunjukkan bahwa keputusan jangka panjang seringkali mengandung ketidakpastian *(uncertainty)* dan risiko. Ketidakpastian dapat muncul dengan berbagai alasan, termasuk kondisi perekonomian di masa depan, tingkat persaingan di masa depan, perkembangan teknologi, dan perubahan perilaku konsumen. Satu-satunya perusahaan pengalengan sarden yang bertahan di Amerika Serikat, beroperasi selama 135 tahun, akhirnya terpaksa menutup pintunya pada tahun 2010 karena perubahan selera di masyarakat Amerika. Ikan Sarden telah menjadi makanan favorit orang Amerika selama beberapa dekade karena rasa dan kemudahan penyajiannya, namun saat ini orang Amerika menyukai ikan tuna yang terasa enak, mengandung lebih banyak daging, dan tidak terasa amis seperti ikan sarden.

Ketidakpastian seperti ini terjadi disebabkan kurangnya informasi dan pengetahuan yang tidak mendukung dari suatu Perusahaan. Pemerintah Indonesia memiliki informasi yang terbatas mengenai kemungkinan menemukan sumber energi alternatif terbarukan selain nuklir. Seperti halnya, pihak manajer sebuah perusahaan ikan sarden kalengan di Amerika hanya mempunyai sedikit atau bahkan tidak punya pengetahuan sama sekali tentang cara mengikuti perkembangan selera masyarakat. Ketika pengambil keputusan memiliki pemahaman yang kuat tentang masa depan, mereka dapat membuat langkah proaktif untuk mencegah kebangkrutan. Oleh karena itu, penting untuk memasukkan faktor ketidakpastian atau risiko dalam proses pengambilan keputusan strategis. Dari penjelasan di atas, dapat dilihat bahwa suatu keputusan diambil dalam kondisi adanya kepastian, kondisi yang mengandung risiko, dan kondisi ketidakpastian.

Penjelasan atas masing-masing kondisi adalah sebagai berikut:

a. **Kondisi kepastian** adalah situasi dimana hanya ada satu kemungkinan hasil dari suatu keputusan dan hasil ini diketahui secara pasti. Berikut contoh kondisi kepastian:
    1) Bila kita membeli saham sebuah perusahaan, kita berada dalam kondisi kepastian bahwa kita pasti akan mendapatkan dividen dari saham yang kita miliki. Bila yang tidak pasti adalah besarnya dividen yang akan diterima dimana besarnya akan tergantung pada kondisi kinerja perusahaan.
    2) Bila kita akan pergi ke luar kota dengan pesawat terbang, dapat dipastikan bahwa kita akan mendapatkan tiket kalau kita memesan jauh-jauh hari sebelumnya. Sebaliknya, bila terdapat lebih dari satu kemungkinan hasil dari suatu keputusan, kita berhadapan dengan kondisi risiko atau ketidakpastian.

b. **Kondisi risiko** adalah situasi dimana terdapat lebih dari satu kemungkinan hasil dari suatu keputusan dan probabilitas dari masing-masing hasil diketahui atau dapat diperkirakan. Kondisi risiko mensyaratkan bahwa pembuat keputusan mengetahui semua kemungkinan hasil keputusan dan bisa memperkirakan besarnya probabilitas munculnya setiap hasil.

Contoh kondisi risiko adalah:

1) Dalam melempar uang logam, kita tahu dengan pasti bahwa kemungkinan hasilnya adalah keluar gambar atau angka. Dari dua kemungkinan hasil ini, kita juga dapat mengetahui probabilitas keluarnya gambar atau angka, yaitu masing-masing 50-50.
2) Seseorang yang mendaftar ke sebuah perguruan tinggi menghadapi kemungkinan hasil diterima, menjadi cadangan, atau tidak diterima. Probabilitas masing-masing kemungkinan hasil tersebut dapat diperkirakan berdasar nilai SMA, jumlah pendaftar dan nilai rata-rata mereka, daya tamping fakultas yang dituju, dan sebagainya.

Secara umum semakin besar variabilitas (dalam arti semakin banyak jumlah dan range) dari kemungkinan hasil, semakin besar risiko yang berkaitan dengan keputusan atau kegiatan.

c. **Kondisi ketidakpastian** adalah situasi dimana terdapat lebih dari satu kemungkinan hasil dari suatu keputusan tetapi probabilitas dari setiap kemungkinan hasil yang muncul tidak diketahui atau tidak berarti. Dalam kondisi yang ekstrim, dapat dimungkinkan hasilnya tidak diketahui. Hal ini dapat terjadi karena tidak memadainya informasi yang dimiliki pembuat keputusan tentang keadaan masa lalu atau ketidakstabilan kondisi dari hal yang akan diputuskan tersebut. Contoh kondisi ketidakpastian adalah sebagai berikut:

   1) Pemburu harta karun di suatu lokasi pada kedalaman Samudera Indonesia akan menghadapi ketidakpastian menemukan harta tersebut dan probabilitas masing-masing hasil juga tidak dapat diketahui.

2) Menggali tambang minyak di suatu tempat yang belum terbukti adanya kandungan minyak akan membuahkan hasil yang belum pasti akan adanya minyak, sehingga probabilitas adanya atau tidak adanya minyak juga tidak dapat dipastikan.

Seorang pembuat keputusan tidak perlu melakukan analisis keputusan bila menghadapi kondisi pengambilan keputusan dalam kepastian karena hasilnya dipastikan hanya satu. Sebaliknya, pembuat keputusan perlu melakukan analisis keputusan bila menghadapi kondisi risiko atau ketidakpastian. Di bawah ini akan dibahas bagaimana analisis keputusan dilakukan dalam menghadapi masing-masing kondisi keputusan tersebut.

2. Analisis Keputusan dalam Kondisi Risiko

Analisis pengambil keputusan yang mengandung risiko atau analisis risiko dilakukan dengan menggunakan 3 konsep, yaitu strategi (strategy), sifat kondisi (state of nature), dan matriks imbalan (payoff matrix).

a. Strategi adalah satu kegiatan di antara beberapa alternatif kegiatan yang dapat diambil oleh pembuat keputusan untuk mencapai suatu tujuan. Misalkan, untuk mencapai tujuan memaksimumkan laba jangka panjang, manajer perusahaan dapat menggunakan strategi mekanisasi atau menggunakan tenaga kerja yang mempunyai produktivitas tinggi. Manajer juga dapat menempuh strategi mengubah kapasitas pabrik dengan membangun pabrik yang lebih besar atau lebih kecil.
b. Sifat kondisi adalah kondisi di masa datang yang akan mempunyai pengaruh berarti terhadap tingkat keberhasilan atau kegagalan suatu strategi, tetapi pembuat keputusan hanya mempunyai sedikit atau tidak mempunyai kontrol terhadap kondisi tersebut. Sebagai contoh pengambil keputusan tidak mempunyai kontrol atas kondisi ekonomi negara yang mungkin akan mengalami booming atau resesi di masa datang, serta atas kondisi Negara damai atau perang. Semua itu di luar kontrol pembuat keputusan tetapi yang akan sangat mempengaruhi strategi yang akan digunakan. Dengan

demikian, suatu keputusan akan sangat tergantung pada pengetahuan atau perkiraan pembuat keputusan mengenai bagaimana suatu keadaan Negara di masa mendatang akan mempengaruhi keberhasilan strategi.

c. Matriks imbalan adalah tabel yang menunjukkan kemungkinan hasil dari setiap strategi dalam setiap kondisi. Misal, dari matriks imbalan dapat diketahui tingkat keuntungan yang akan dihasilkan bila perusahaan menggunakan mesin atau tenaga kerja produktif dan bila keadaan ekonomi booming, normal, atau resesi.

Bagaimana analisis risiko dengan menggunakan ketiga konsep ini dilakukan akan dibahas di bawah ini. Beberapa metode analisis risiko yang disampaikan di bagian ini mencakup distribusi probabilitas, standard deviasi, koefisien variasi, dan pohon keputusan.

3. Analisis Risiko Dengan Distribusi Probabilitas

Probabilitas adalah kesempatan suatu kejadian akan muncul. Dalam pelemparan mata uang logam, kita dapat mengatakan bahwa kemungkinan munculnya sisi angka adalah 50% atau ½. Hal ini berarti bahwa terdapat satu kesempatan dari dua kesempatan untuk munculnya kejadian ini. Sedangkan distribusi probabilitas adalah berbagai kemungkinan hasil suatu kejadian dengan besarnya masing-masing probabilitas.

Konsep distribusi probabilitas ini sangat penting dalam mengevaluasi dan membuat keputusan tentang proyek investasi. Secara umum, hasil suatu proyek investasi akan tinggi bila kondisi perekonomian sangat baik (boom) dan sebaliknya akan kecil bila kondisi perekonomian buruk (resesi). Bagaimana keputusan tentang proyek investasi mana yang sebaiknya dilakukan perusahaan dapat ditetapkan dengan menggunakan nilai yang diharapkan (expected value).

Nilai yang diharapkan dapat ditentukan dengan cara mengalikan setiap kemungkinan hasil suatu investasi dengan probabilitas kemungkinannya dan kemudian menjumlahkannya. Secara matematis nilai yang diharapkan ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Expected value} = E(v)= \sum vi \,.\, Pi$$

dimana: vi = nilai pada kejadian i

Pi = probbilitas kejadian i akan muncul

i = jumlah hasil yang mungkin atau jumlah keadaan tertentu (sifat kondisi)

Nilai (value) yang ingin diketahui dapat bermacam-macam, seperti laba, penjualan, atau lainnya. Jadi expected value dari suatu investasi merupakan bobot rata-rata dari semua kemungkinan tingkat hasil dari investasi di bawah berbagai sifat kondisi dengan probabilitas masing-masing kondisi sebagai bobot.

Laba yang diharapkan (expected profit) dari suatu investasi merupakan pertimbanganyang penting dalam memutuskan proyek mana yang lebih menguntungkan atau memilih proyek mana yang akan dilaksanakan.

4. Analisis Risiko Dengan Deviasi Standar (Ukuran Absolut Risiko)

   Dari penjelasan di atas dapat diketahui bahwa semakin padat atau kurang tersebarnya suatu distribusi, semakin kecil risiko dari suatu strategi atau keputusan. Alasannya adalah probabilitas munculnya hasil nyata yang akan menyimpang dari nilai yang diharapkannya juga semakin kecil. Cara distribusi probabilitas ini merupakan cara untuk mengetahui besar kecilnya risiko, namun masih bersifat relatif, sehingga selera pembuat keputusan sangat mempengaruhi dalam menentukan proyek mana yang akan dilaksanakan.

   Untuk menghindari kesalahan yang mungkin dibuat dengan cara ini, sebenarnya kepadatan atau tingkat sebaran suatu distribusi probabilitas dapat diukur dengan suatu ukuran absolute, yaitu dengan deviasi standar. Dalam hal ini deviasi standar dapat disebut sebagai ukuran absolut risiko dimana berlaku aturan: semakin kecil nilai deviasi standar, semakin padat atau kurang tersebarnya suatu distribusi, berarti semakin kecil risiko. Deviasi standar dapat ditentukan dengan formula sebagai berikut:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\mathrm{X} - \bar{\mathrm{X}})^2 . Pi}$$

dimana : σ = deviasi standar

X = hasil yang mungkin

X = expected value

Pi = Probabilitas dari kejadian i

5. Analisis Risiko Dengan Koefisien Variasi (Ukuran Relatif Risiko)

Deviasi standar bukan merupakan ukuran yang baik untuk membandingkan sebaran yang berkaitan dengan dua atau lebih distribusi probabilitas dengan nilai yang diharapkan yang berbeda. Karena deviasi standar merupakan ukuran absolut dari suatu sebaran, maka distribusi yang mempunyai nilai yang diharapkan terbesar mungkin akan mempunyai deviasi standar yang lebih besar. Namun demikian, hal ini tidak berarti bahwa nilai tersebut mempunyai sebaran yang relatif lebih besar.

Sebaran relatif dapat diukur dengan menggunakan koefisien variasi. Pada dasarnya, koefisien ini sama dengan deviasi standar suatu distribusi dibagi dengan besarnya nilai yang diharapkan (expected value).

$$V = \frac{\sigma}{X}$$

Dimana : V = koefisien variasi

σ = deviasi standar

$\bar{X}$ = expected value

Dengan demikian, koefisien variasi mengukur deviasi standar per unit expected value. Jadi koefisien variasi merupakan angka murni yang dapat digunakan untuk membandingkan risiko relatif dari dua atau lebih proyek. Proyek dengan koefisien variasi terbesar akan menunjukkan risiko terbesar.

6. Penghindaran Risiko dan Teori Utilitas

Biasanya, manajer yang dihadapkan pada dua alternatif proyek dengan nilai yang diharapkan yang sama tapi dengan koefisien variasi yang berbeda, akan lebih suka memilih proyek dengan risiko yang lebih rendah, yaitu proyek dengan koefisien variasi yang lebih kecil. Namun demikian, ada juga manajer yang lebih suka memilih proyek dengan risiko yang lebih besar. Sementara yang lain kurang bergitu mempertimbangkan risiko.

Perbedaan ini tergantung pada sikap pengambil keputusan terhadap risiko yang dapat dibedakan menjadi tiga:

a. Penghindar risiko (risk averter). Banyak manajer termasuk dalam kelompok ini.
b. Netral terhadap risiko (risk neutral) atau indiferen terhadap resiko
c. Pencari risiko (risk seeker)

Alasan yang dapat menjelaskan mengapa seorang pengambil keputusan mempunyai sikap-sikap seperti tersebut di atas dapat ditemukan dari prinsip **utilitas marjinal uang yang semakin menurun (*diminishing marginal utility of money).*** Prinsip ini menyatakan bahwa kenaikan pendapatan/kekayaan seseorang hanya akan meningkatkan tambahan manfaat/utilitas orang tersebut lebih kecil dari kenaikan pendapatan/kekayaannya. Misal, kenaikan pendapatan/kekayaan seseorang sebanyak dua kali hanya akan meningkatkan utilitas orang tersebut sebesar kurang dari dua kali (mungkin hanya meningkat satu kali).

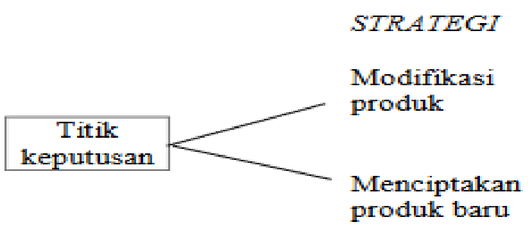
7. Analisis Risiko Dengan Pohon Keputusan

Keputusan yang memasukkan risiko, dengan proses sering dilakukan secara bertahap dan berurutan serta disesuaikan dengan hasil keputusan sebelumnya. Urutan/tahap keputusan beserta dengan hasil yang diharapkan dalam setiap sifat kondisi (state of nature) dapat ditunjukkan dalam sebuah pohon keputusan. Disebut pohon keputusan karena urutan keputusan ditampilkan secara grafik sebagai cabang-cabang sebuah pohon.

Struktur pohon keputusan dimulai dengan keputusan yang paling awal dan bergerak menuju keputusan-keputusan selanjutnya. Berikut beberapa hal baku dalam konstruksi pohon keputusan:

- Kotak ( ) digunakan untuk menunjukkan titik–titik Keputusan
- Lingkaran ( ) digunakan untuk menunjukkan sifat kondisi
- Cabang yang keluar dari kotak menggambarkan alternatif strategi atau kegiatan yang terbuka bagi Perusahaan
- Cabang yang keluar dari lingkaran menunjukkan berbagai sifat kondisi yang mempengaruhi hasil dan probabilitas kemunculannya.

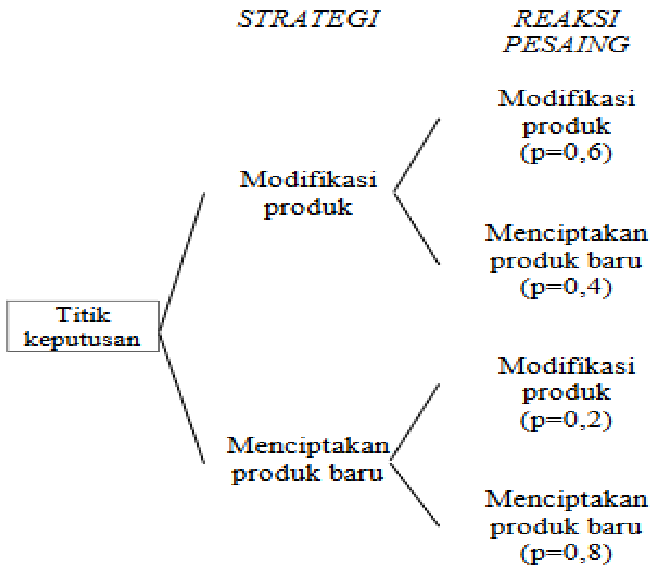
Untuk menunjukkan bagaimana analisis risiko dilakukan dengan pohon Keputusan disampaikan contoh sebuah perusahaan yang akan menentukan apakah akan memodifikasi produk yang ada atau menciptakan produk baru dalam rangka mempertahankan pangsa pasar. Hal ini digambarkan dalam struktur pohon keputusan seperti di bawah ini:



Perusahaan pada struktur pohon keputusan seperti diatas, mempunyai kontrol atas strategi ini (yaitu perusahaan dapat memilih salah satu di antara kedua alternatif strategi tersebut), maka tidak ada probabilitas yang perlu dicantumkan pada cabang ini.

Tahap selanjutnya adalah melihat bagaimana reaksi pesaing terhadap strategi ini dimana reaksi pesaing merupakan faktor/kejadian yang tidak dapat dikontrol oleh perusahaan. Oleh karena itu, bisa ditampilkan besarnya probabilitas reaksi pesaing terhadap kedua alternatif strategi yang akan dilakukan. Misal, perusahaan memperkirakan bahwa bila dilakukan modifikasi produk, probabilitas bahwa pesaing akan merespon dengan melakukan hal serupa adalah 60%, dan hanya 40% probabilitas bahwa pesaing akan merespon dengan cara menciptakan produk baru. Sebaliknya bila perusahaan memilih strategi menciptakan produk baru, probabilitas pesaing akan menanggapinya dengan memodifikasi produknya hanya sebesar 20% atau 80% probabilitas pesaing juga menciptakan produk baru.

Struktur pohon keputusan menjadi seperti di bawah ini:



Hal-hal yang perlu dicatat dalam menggunakan pohon keputusan adalah sebagai berikut:

a. Jumlah probabilitas dari strategi modifikasi produk dan strategi menciptakan produk baru masing-masing harus sama dengan satu.

b. Walaupun struktur pohon keputusan ini dibuat mulai dari kiri ke kanan, tetapi analisa dari pohon keputusan ini mulai dari kanan kembali ke kiri.

c. Pohon keputusan dapat menjadi lebih kompleks bila terdapat lebih banyak alternatif strategi dan sifat kondisinya.

8. Pengambilan Keputusan Dalam Ketidakpastian

Ketidakpastian adalah kondisi dimana ada lebih dari satu kemungkinan hasil dan probabilitas masing-masing hasil tidak diketahui. Akibatnya, pengambilan keputusan dalam kondisi ketidakpastian bersifat subyektif. Namun demikian, ada beberapa aturan khusus yang dapat diterapkan bila pembuat keputusan dapat mengidentifikasi kemungkinan sifat kondisi dan mengestimasi hasil dari setiap strategi. Dua aturan keputusan yang dapat diterapkan adalah kriteria maksimin dan kriteria penyesalan minimaks.

a. Kriteria Maksimin

Kondisi ketidakpastian, tidak ada probabilitas bagi setiap kemungkinan. Artinya, manajer tidak tahu dan tidak dapat memperkirakan probabilitas keberhasilan atau kegagalan suatu strategi dan sebagai akibatnya besarnya risiko juga tidak dapat ditentukan. Sebagai contoh adalah keputusan investasi yang harus dibuat perusahaan Dimana manajer tidak mengetahui probabilitas investasi tersebut akan berhasil atau gagal. Manajer hanya bisa memperkirakan kemungkinan hasil dari melakukan investasi, yaitu akan memperoleh keuntungan sebesar Rp50.000.000 bila investasi berhasil dan akan menderita rugi Rp20.000.000 bila investasi tersebut gagal. Sebaliknya, bila manajer memilih untuk tidak melakukan investasi akan tidak ada hasil yang diperoleh (hasil = 0), baik berhasil maupun gagal.

b. Kriteria Penyesalan Minimaks

Kriteria penyesalan minimaks ini pembuat keputusan harus memilih strategi yang meminimumkan penyesalan atau opportunity cost dari keputusan yang salah, apapun sifat kondisi yang muncul. Besarnya penyesalan diukur dengan perbedaan antara imbalan yang diperoleh dari suatu strategi dan imbalan dari strategi terbaik dalam sifat kondisi yang sama.

Adapun logika pengukuran penyesalan dengan cara seperti ini adalah bila kita telah memilih strategi terbaik (yaitu yang memberikan imbalan terbesar) untuk suatu sifat kondisi yang muncul, maka kita tidak boleh menyesal. Tetapi bila kita telah memilih strategi lain, besarnya penyesalan adalah perbedaan antara imbalan dari strategi terbaik pada suatu sifat kondisi tertentu dan imbalan dari strategi yang dipilih. Setelah menentukan penyesalan maksimum dari setiap strategi pada suatu sifat kondisi, pengambil keputusan kemudian akan memilih strategi dengan nilai penyesalan yang minimum.

Untuk dapat menerapkan kriteria penyesalan minimaks ini, pertama-tama pengambil keputusan harus membentuk matriks penyesalan *(regret matrix)* dari matriks imbalan *(payoffmatrix)*. Matriks penyesalan dibentuk dengan menentukan imbalan maksimum dari setiap sifat kondisi (yang ditunjukkan sebagai kolom dalam matriks) dan kemudian mengurangkan setiap imbalan pada kolom yang sama dari besarnya imbalan maksimum. Besarnya perbedaan menunjukkan besarnya penyesalan.

Pemodelan Keuangan dan Investasi

Matematika ekonomi menyediakan kerangka kerja yang kuat untuk memahami dan memodelkan perilaku keuangan dan investasi. Berikut adalah beberapa contoh pemodelan dalam matematika ekonomi:

1. Nilai Waktu Uang (Time Value of Money):

   Konsep ini menyatakan bahwa uang yang diterima hari ini lebih bernilai daripada uang yang diterima di masa depan.

   Pemodelan: Menggunakan rumus bunga majemuk, kita dapat menghitung nilai sekarang (present value) atau nilai masa depan (future value) dari suatu aliran kas.

   Contoh: Investasi awal sebesar Rp 10 juta dengan suku bunga 10% per tahun akan menghasilkan Rp 11 juta setelah satu tahun.

2. Arus Kas (Cash Flow):

   Arus kas adalah pergerakan uang masuk dan keluar dari suatu proyek atau investasi.

   Pemodelan: Diagram arus kas dapat digunakan untuk menggambarkan alur aliran kas selama jangka waktu tertentu.

   Contoh: Membuat proyeksi arus kas untuk bisnis baru yang mencakup penerimaan dan pengeluaran selama 5 tahun ke depan.

3. Analisis Sensitivitas (Sensitivity Analysis):

   Analisis sensitivitas mengkaji bagaimana perubahan dalam asumsi atau variabel input dapat memengaruhi hasil dari suatu model keuangan.

   Pemodelan: Menggunakan simulasi komputer, analisis sensitivitas dapat dilakukan dengan mengubah variabel kunci seperti suku bunga, tingkat inflasi, atau pertumbuhan penjualan.

   Contoh: Memeriksa bagaimana perubahan suku bunga dapat mempengaruhi nilai investasi dalam portofolio saham.

4. Analisis Nilai Sekarang (Net Present Value - NPV):

   NPV menghitung nilai sekarang dari aliran kas suatu proyek, dengan mempertimbangkan biaya awal dan suku bunga.

   Pemodelan: Rumus NPV menghitung selisih antara nilai sekarang dari arus kas masuk dan nilai sekarang dari arus kas keluar.

   Contoh: Proyek dengan NPV positif dianggap menguntungkan, sedangkan proyek dengan NPV negatif dianggap tidak menguntungkan.

5. Tingkat Pengembalian Internal (Internal Rate of Return - IRR):

   IRR adalah tingkat diskonto yang membuat NPV dari suatu proyek sama dengan nol.

   Pemodelan: IRR dapat dihitung menggunakan rumus atau perangkat lunak keuangan.

Contoh: Proyek dengan IRR lebih tinggi dari suku bunga yang berlaku dianggap menguntungkan.

6. Risiko dan Pengembalian (Risk and Return):

   Investasi dengan risiko tinggi biasanya menawarkan pengembalian yang lebih tinggi, sedangkan investasi dengan risiko rendah biasanya menawarkan pengembalian yang lebih rendah.

   Pemodelan: Model portofolio dapat digunakan untuk mengoptimalkan risiko dan pengembalian dari kombinasi investasi.

   Contoh: Diversifikasi investasi ke berbagai aset kelas seperti saham, obligasi, dan real estat untuk mengurangi risiko keseluruhan.

7. Model Penilaian (Valuation Models):

   Model penilaian digunakan untuk menentukan nilai intrinsik dari suatu perusahaan atau aset.

   Pemodelan: Contoh model penilaian adalah model diskon arus kas (discounted cash flow - DCF), model dividen, dan model pertumbuhan.

   Contoh: Menghitung nilai wajar saham suatu perusahaan dengan menggunakan model DCF.

Pemodelan keuangan dan investasi dalam matematika ekonomi sangat penting untuk pengambilan keputusan yang terinformasi dalam dunia keuangan. Dengan memahami konsep-konsep dan model yang tersedia, investor dapat membuat keputusan yang lebih baik dan memaksimalkan pengembalian investasi mereka.

Model Matematika Keuangan dan Investasi

Perkembangan kehidupan sosial masyarakat makin meningkat seiring banyaknya kebutuhan yang diperlukan untuk melengkapi konsumsi kehidupan setiap orang, maka lembaga keuangan pun mengalami peningkatan. Peningkatan usia, masuk dunia kerja, pendapatan, atau perekonomian juga akan meningkatkan interaksi terhadap lembaga keuangan. Maka, terjadi suatu hubungan yang didalamnya ada kegiatan MENABUNG dan MEMINJAM.

Terkait dengan tabungan dan pinjaman, Masyarakat perlu mengetahui beberapa faktor, yakni :

- Penerimaan total yang akan diterima dari tigkat tabungan.
- Total atau jumlah uang yang akan dibayarkan dari jumlah pinjaman yang telah dilakukan.

Kedua faktor tersebut dapat diketahui dengan bergantung pada variable:

- Present Value (P0) = sejumlah uang yang dipinjam atau yang diinvestasikan atau tabungan awal
- Interest rate (i) = suku bunga yang ditetapkan lembaga keuangan baik untuk tabungan atau pinjaman
- Time (t) = periode tabungan atau pinjaman
- Future value (Pt) = nilai uang setelah dilakukan tabungan atau pinjaman.

Konsep dasar matematika yang digunakan untuk mengetahui jumlah dana tersebut adalah deret hitung (arithmetic) dan deret ukur (geometric).

1. Deret Hitung (Arithmetic)

   Deret hitung (arithmetic) adalah barisan bilangan yang memiliki nilai beda atau perubahan antar suku jika dijumlahkan atau dikurangkan sama.

   Misalnya:

   - 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16,…..dst (pembeda = 2)

   - 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20,…dst (pembeda = 10)

   Rumus deret hitung (arithmetic) :

   $$Un = a + (n-1)b$$

   dimana :

   Un = suku ke -n

   U1 = a = suku ke -1 (suku pertama)

b = beda,

$$b = Un - Un\text{-}1$$

n = banyak suku

$$Sn = ½n\ (a + Un)$$

$$Sn = ½n\ \{a + (a + (n\text{-}1)b\}$$

$$Sn = ½n\ \{2a + (n\text{-}1)b\}$$

dimana :

Sn = jumlah suku pertama deret aritmatika

a = suku pertama

Un = suku ke -n

b = beda

n = banyak suku

Contoh:

Diketahui pembeda suatu barisan bilangan -2 suku pertama adalah 20 maka jumlah 12 suku pertama adalah :

Penyelesaian dengan cara 1:

Tentukan Suku ke 12 :

$$Un \quad = a + (n - 1)b$$

$$U12 \quad = 20 + 11.\ (-2)$$

$$U12 = -2$$

$$Sn \quad = ½n\ (a + Un)$$

$$S12 \quad = ½\ 12\ (20 + (-2))$$

$$S12 \ = 108$$

Penyelesaian cara 2:

$$Sn \quad = ½\ n\ \{2a + (n\text{-}1)b\}$$

$$S12 \quad = ½\ n\ \{2.20 + 11.\ (-2)\}$$

$$S12 = 108$$

2. Deret Ukur (Geometric)

   Deret ukur (geometric) adalah barisan bilangan yang memiliki nilai beda atau preurban antar suku jika dikalikan atau dibagikan sama(disebut nilai pengganda).

   Misalnya:

   - 5, 20, 80, 320, 1280, …..dst (pengganda/rasio = 2)

   - 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1, …..dst (pengganda/rasio = 0.5)

   Rumus deret ukur (geometric) :

$$Un = ar^{n-1}$$

   dimana:

   Un = suku ke -n

   a = suku pertama

   r = rasio,

$$r = \frac{Un}{Un - 1}$$

   n = banyaknya suku

$$Sn = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, jika\, r < 1$$

$$Sn = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, jika\, r > 1$$

   dimana:

   Sn = Jumlah suku ke -n

   a = suku pertama

   r = rasio

   n = banyak suku

Rumus tak hingga deret geometrika:

$$\text{Sn} = \frac{a}{1-r}, jika\, r < 1$$

$$\text{Sn} = \frac{a}{r-1}, jika\, r > 1$$

dimana:

S∞ = Jumlah suku tak hingga

a = suku pertama

r = rasio

Contoh :

Diketahui baris bilangan 4, 2, 1, ½, ¼, … dst. Tentukanlah jumlah 12 suku pertama

Penyelesaian :

$$\text{r} = \frac{Un}{Un-1}$$

$$\text{r} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_4}{U_8} = \frac{U_2}{U_4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sn} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, jika\, r < 1$$

$$\text{S}_{12} = \frac{4(1-\frac{1}{2}^{12})}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\text{S}_{12} = \frac{4(1-0.0002441)}{\frac{1}{2}} = 7.9980$$

Untuk kasus ini diminta S∞ maka :

$$\text{Sn} = \frac{a}{1-r}, jika\, r < 1$$

$$S\infty = \frac{4}{1-\frac{1}{2}} = 8$$

3. Aplikasi Pemodelan dalam Keuangan

Bunga adalah imbalan hasil yang diberikan lembaga keuangan jika dana dalam bentuk tabungan, dan bunga juga tambahan dana yang harus dibayarkan kepada lembaga keuangan yang meminjamkan dananya. Bunga adalah imbalan hasil yang diberikan Lembaga keuangan jika dana dalam bentuk tabungan, dan bunga juga tambahan dana yang harus dibayarkan kepada lembaga keuangan yang meminjamkan dananya.

1) Bunga Tunggal

Rumus Bunga Tunggal: $P_t = P_0 + (P_0 . i . t)$

Contoh:

Pelaku bisnis sedang mengajukan pinjaman ke salah satu bank sebesar Rp10.000.000,00 dengan periode 1(satu) tahun. Apabila bunga yang ditetapkan 8% per tahun maka total pinjaman yang harus dibayarkan kepada orang yang memberikan pinjaman di akhir tahun sebesar :

$$P_t = P_0 + (P_0 . i . t)$$

$P_t = P_0 + (P_0 . i . t)$

$= 10.000.000 + (10.000.000 \times 0.08 \times 1)$

Pt = Rp10.800.000,00

2) Bunga Majemuk

Compound bunga per tahun

Rumus Bunga Majemuk: $P_t = P_0 (1 + i)^t$

Pelaku bisnis sedang menabung uangnya ke salah satu bank sebesar Rp10.000.000,00 dengan periode 3(tiga) tahun. Apabila bunga yang ditetapkan 8% per tahun dengan bunga majemuk maka total dana yang akan diterima orang tersebut adalah :

Penyelesaian cara 1.

Tahun ke	P_0	i $(P_0 * t)$	P_t $(P_0 + i)$
1	10.000.000	800.000	10.800.000
2	10.800.000	864.000	11.664.000
3	11.664.000	933.120	12.597.120

(Note: Bunga majemuk disebut bunga berbunga)

Maka dana yang kan diterima pebisnis di tahun ke 3 sebesar Rp12.597.120,00

Penyelesaian cara 2:

$$P_t = P_0\,(1 + i)^t$$

$P_t = 10.000.000\,(1 + 0.08)^3$

$P_t = 10.000.000\,(1.259{,}712)$ $\quad P_t = 12.597.120$

Maka dana yang kan diterima pebisnis di tahun ke 3 sebesar Rp12.597.120,00

Compound terus menerus (*continuously*)

$$\boldsymbol{P_t} = \boldsymbol{P_0}\,(1 + \frac{i}{m})^{mt}$$

$$\boldsymbol{P_t} = \boldsymbol{P_0}\left[\,(1 + \frac{i}{m})^{m}\right]^{t}$$

$$\boldsymbol{P_t} = \boldsymbol{P_0}\left[e^{i}\right]^{t} = \boldsymbol{P_0}\,\boldsymbol{e}^{\,\mathbf{it}}$$

$$(1 + \frac{i}{m})^{m} \rightarrow e^{i} \quad \text{dimana } m \rightarrow \infty$$

Contoh 1:

Dana diinvestasikan sebesar Rp5.000.000 dengan suku bunga 8% bunga bulanan berapakah dana yang akan diterima pada tahun ke 3 (tiga)?

Penyelesaian :

$$\boldsymbol{P_t} = \boldsymbol{P_0}\,(1\ + \frac{i}{m})^{mx3}$$

$$\boldsymbol{P}_3 = \text{Rp}5.000.000\ (1\ + \frac{0.08}{12})^{12x3}$$

$$\boldsymbol{P}_3 = \text{Rp}6.351.185{,}00$$

Maka dana yang akan diterima pada tahun ketiga dengan bunga bulanan adalah Rp6.351.185,00

Contoh 2:

Dana diinvestasikan sebesar Rp5.000.000 dengan suku bunga 8% bunga harian berapakah dana yang akan diterima pada tahun ke 3 (tiga)?

Penyelesaian :

$$\boldsymbol{P_t} = \boldsymbol{P_0}\,(1\ + \frac{i}{m})^{mx3}$$

$$\boldsymbol{P}_3\ =\ \text{Rp}5.000.000\ (1\ + \frac{0.08}{12})^{365x3}$$

$$\boldsymbol{P}_3\ =\ \text{Rp}5.000.000\ (1.0002192)^{1095}$$

$$\boldsymbol{P}_3\ =\ \text{Rp}5.000.000\ (1.2712157)$$

$$\boldsymbol{P}_3\ =\ \text{Rp}6.356.079{,}00$$

3) Present values

Rumus Present Values: $\boldsymbol{P_t}\ =\ \boldsymbol{P_0(1 + i)^t}$

$$\frac{p_t}{(1+i)^t} = \frac{p_0(1+i)^t}{(1+i)^t}$$

Formula Present Value : $p_0\ =\ \frac{p_t}{(1+i)^t}$

Contoh:

Pebisnis mengharapkan dananya terkumpul pada tahun ke 3 sebesar Rp6.298.500,00 jika suku bunga tahunan berlaku sebesar 8%. Berapakah dana yang harus ditabung?

Penyelesaian : $p_0 = \frac{p_t}{(1+i)^t}$

$$p_0 = \frac{Rp\ 6.298.500,00}{(1+0.08)^3}$$

$$P_0 = \text{Rp}5.000.000,00$$

Maka untuk mendapatkan dana Rp6.298.500 selama 3 tahun dengan suku bunga 8%, harus menabung sebesar Rp5.000.000,00

4) *Annual percentage rates* (APR)

Rumus Annual Percentage Rates:

$P_t = P_0(1 + APR)^t$ untuk menghitung bunga tahunan (*annually*)

$\boldsymbol{P_t} = \boldsymbol{P_0}(1 + \frac{i}{m})^{mt}$ untuk menghitung bunga m kali dalam setahun

Maka,

$$\boldsymbol{P_0}(1 + APR)^t = \boldsymbol{P_0}(1 + \frac{i}{m})^{mt}$$

$$(1 + APR)^t = (1 + \frac{i}{m})^{mt}$$

$$(1 + APR) = (1 + \frac{i}{m})^{m}$$

$$APR = (1 + \frac{i}{m})^{m} - 1$$

Untuk bunga *continuously,*

$$P_0(1 + APR)^t = P_0e^{it}$$

$$(1 + APR)^t = e^{it}$$

$$(1 + APR) = e^{i}$$

$$APR = e^{i} - 1$$

4. Aplikasi Dalam Keputusan Investasi
   a. Payback Period

      Payback Period = Total dana Investasi : Kas Masuk Bersih

      Contoh:

      Pelaku bisnis memulai usaha dengan modal awal sebesar Rp200.000.000,00. Apabila kas masuk bersih pebisnis tersebut setiap tahunnya Rp50.000.000,00 maka berapa lama periode pengembalian modal atau payback period?

Penyelesaian :

Payback Period = Total dana Investasi : Kas Masuk Bersih

Payback Period = Rp200.000.000 : Rp50.000.000

Payback Period = 4 tahun

Maka lama pengembalian modal pebisnis tersebut selama 4 tahun. Kelemahan cara perhitungan ini adalah tidak memperkirakan nilai waktu uang dan kondisi perekonomian secara global seperti inflasi, suku bunga dan lainnya. Maka dapat digunakan perhitungan keputusan investasi menggunakan metode *Net Present Value* (NPV).

b. *Net Present value* (NPV)

Rumus NPV :

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^n}$$

Contoh:

Proyek bisnis senilai Rp200.000.000 menghasilkan cashflow selama 4 tahun masing-masing Rp20.000.000, Rp25.000.000 dan 15.000.000, Rp30.000.000. bila diinginkan keuntungan sebesar 15% maka NPV nya bisa dihitung sebagai berikut:

Tahun	Cash Flow (Rp)	DF (Discount Factor) r = 15%	PV Cashflow (Rp)
1	15.000.000	0,869565	13.043.478
2	20.000.000	0,756144	15.122.873
3	25.000.000	0,657516	16.437.906
4	30.000.000	0,571753	17.152.597
		Total	61.756.855
		PV of Investment	200.000.000
		NPV	(138.243.145)

Catatan :

Karena nilai NPV negatif maka investasi yang ditawarkan tidak layak untuk dijalankan sebaiknya NPV bernilai positif.

Optimisasi *Supply Chain* dan Logistik

Salah satu teknik matematika yang umum dipakai untuk optimasi adalah *Linear Programming* (LP) yang digunakan untuk memaksimalkan atau meminimalkan fungsi linear dengan adanya beberapa keterbatasan atau kendala dalam masalah tersebut.

Secara matematis, suatu masalah LP dapat ditulis sebagai berikut:

Maximize atau Minimize Z = c1x1 + c2x2 + c3x3 + ... + cnxn

Subject to:

a11x1 + a12x2 + a13x3 + ... + a1nxn ≤ b1

a21x1 + a22x2 + a23x3 + ... + a2nxn ≤ b2

a31x1 + a32x2 + a33x3 + ... + a3nxn ≤ b3

...

am1x1 + am2x2 + am3x3 + ... + amnxn ≤ bm

x1, x2, x3, ..., xn ≥ 0

Keterangan:

x1, x2, x3, ... , xn adalah variabel keputusan yang harus ditentukan nilai optimalnya.

c1, c2, c3, ..., cn adalah koefisien dari variabel keputusan yang digunakan untuk menghitung nilai fungsi tujuan (Z).

a11, a12, a13, ..., a1n, a21, a22, a23, ..., a2n, ..., am1, am2, am3, ...,

amn adalah koefisien dari kendala atau keterbatasan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan linear.

b1, b2, b3, ..., bm adalah nilai konstan dari setiap kendala atau keterbatasan.

Dalam rumus tersebut, variabel keputusan x1, x2, x3, ... , xn adalah yang harus dicari nilai optimalnya. Fungsi tujuan (Z) dapat berupa fungsi keuntungan atau penjualan yang ingin dimaksimalkan atau biaya yang ingin diminimalkan. Kendala atau keterbatasan dapat berupa batasan kapasitas produksi, ketersediaan sumber daya, waktu pengerjaan, dan lain sebagainya.

Pemrograman linear (LP) digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi yang memiliki batasan linier. Ada banyak variasi LP.

Contohnya, pemrograman bilangan bulat (integer programming) digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi yang melibatkan variabel-variabel yang harus diambil sebagai bilangan bulat.

Contoh lainnya adalah optimasi non-linier yaitu teknik optimasi matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi yangmemiliki fungsi objektif dan/atau batasan yang non-linier.

1. Aplikasi Model Matematika Dalam Riset Operasi

   Riset operasi adalah cabang interdisiplin dari matematika terapan dan sains formal dengan menggunakan bentuk model matematika untuk mendapatkan nilai optimal baik nilai numerik terbesar (maksimasi) atau nilai numerik terkecil (minimasi) dari sebuah fungsi variabel yang terikat pada suatu kendala yang dapat berbentuk persamaan atau pertidaksamaan linear. Riset operasi dapat diartikan sebagai suatu peralatan manajemen yang menyatukan ilmu pengetahuan, logika dan matematika ke dalam suatu kerangka untuk memecahkan berbagai masalah yang dihadapi dalam kehidupan organisasi sehari-hari sehingga permasalahan tersebut dapat dipecahkan secara optimal. Terdapat sejumlah topik yang dibahas dalam riset operasi seperti: program linier, analisis sensitivitas, model penugasan, model transportasi, model antrial, model simulasi, model persediaan, model integer, goal programming, markov analysis, AHP, dan manajemen proyek (PERT/CPM).

   Langkah-langkah dalam menyelesaikan persoalan perusahaan dengan menggunakan pendekatan riset operasi yakni:

   a. Formulasi masalah; identifikasi dan definisi masalah secara lengkap dengan spesifikasi tujuan serta komponen-komponen yang berkaitan dan relevan dengan masalah,

b. Observasi masalah; mengumpulkandata-data serta mengestimasi besaran dari parameter yang berpengaruh dengan tujuan untuk membangun serta mengevaluasi model matematis dari masalah,
c. Formulasi model matematika; permasalahan disederhanakan dalam bentuk model matematika (model persamaan atau pertidaksamaan linear),
d. Evaluasi model, memprediksi apakah langkah model persamaan sudahmenggambarkan masalah pada keadaan nyata secara akurat atau belum,
e. Implementasi hasil; menerjemahkan/menginterpretasi hasil dari model untuk pengambilan Keputusan manajemen.

Salah satu model yang sangat populer dalam riset operasi adalah “Model Linier Programming”. Model ini digunakan untuk mengalokasikan sumber daya organisasi yang terbatas untuk mencapai tujuan baik memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Program linier dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan berbagai masalah antara lain: (a) Masalah kombinasi produk, yaitu menentukan berapa jumlah dan jenis produk yang harus dibuat agar diperoleh keuntungan maksimum atau biaya minimum dengan memperhatikan kapasitas sumber daya yang dimiliki perusahaan; (b) Masalah perencanaan investasi; (c) Masalah perencanaan produksi; dan (d) Masalah perencanaan promosi dan pemasaran (Anderson et al., 2018).

Program linier mempunyai empat asumsi dasar yakni: (1) Linearitas, fungsi tujuan (objective function) dan fungsi kendala (constraints function) dapat dibuat dalam set fungsi linear; (2) Divisibility, nilai variabel keputusan dapat berbentuk pecahan atau bilangan bulat; (3) Non negativity, nilai variabel keputusan tidak boleh negatif atau minimal sama dengan nol; dan (4) Certainty, semua keterbatasan maupun koefisien variabel setiap kendala dan fungsi tujuan dapat ditentukan secara pasti.

Kemudian formulasi model matematika dalam program linier meliputi tiga tahapan yaitu: (a) Menentukan variabel keputusan dalam simbol matematika; (b) Menentukan fungsi tujuan (objective function); dan (c) Menentukan semua fungsi kendala sumber daya (constraints function).

Penyelesaian masalah dalam program linier umumnya menggunakan dua metode yaitu:

(1) Metode grafik, digunakan untuk mencari solusi optimal, dengan 2 jumlah variabel keputusan (X, Y),

(2) Metode simpleks, digunakan untuk mencari solusi optimal, dengan lebih dari 2 jumlah variabel keputusan (X, Y, Z…..n) (Thaha, 2009; Taylor et al., 2013).

Contoh 1:

PT. YDM Textile memiliki sebuah pabrik yang akan memproduksi 2 jenis produk, yaitu kain sutera dan kain wol. Untuk memproduksi kedua produk diperlukan bahan baku benang sutera, bahan baku benang wol dan tenaga kerja. Kapasitas maksimum benang sutera adalah 60 kg/hari, benang wol 30 kg/hari dan tenaga kerja 40 jam/hari. Kebutuhan setiap unit produk akan bahan baku, dan jam tenaga kerja dapat dilihat pada tabel berikut:

Uraian	Bahan baku (Kg); Tenaga kerja (Jam)		Kapasitas Maksimum
	Kain sutera	Kain wol	
Benang sutera	2	3	60 Kg
Benang wol	-	2	30 Kg
Tenaga kerja	2	1	40 Jam
Keuntungan	Rp40 Juta	Rp30 Juta	

Tentukankanlah kombinasi optimum produksi setiap hari untuk kedua jenis kain agar perusahaan dapat memperoleh keuntungan/laba maksimum!

Penyelesaian:

a. Variabel keputusan:

X1, jumlah produk kain sutera

X2, jumlah produk kain wol

b. Fungsi tujuan: Zmaks = $40X_1 + 30X_2$

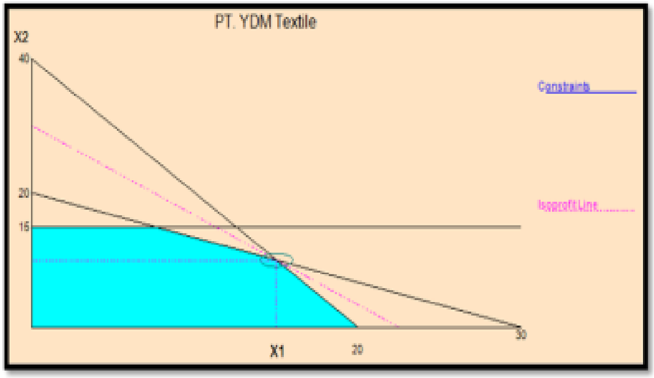
c. Fungsi Kendala:

1) $2X_1 + 3X_2 \leq 60$ (Kapasitas Benang Sutera)

2) $2X_2 \leq 30$ (Kapasitas Benang Wol)

3) $2X_1 + X_2 \leq 40$ (Jam Tenaga kerja)

4) $X_1, X_2 \geq 0$ (asumsi non-negativity)



d. Interpretasi output:

$$
\begin{aligned}
Zmaks &= 40\ (15) + 30\ (10) \\
&= 600 + 300 \\
&= 900
\end{aligned}
$$

Berdasarkan output yang dihasilkan, maka dapat disimpulkan bahwa dengan jumlah kapasitas sumber daya (benang sutera, benang wol, dan jam tenaga kerja) yang tersedia, maka kombinasi produk yang akan menghasilkan keuntungan/laba optimum pada PT. YDM Textile terjadi pada saat tingkat produksi Kain Sutera (X_1) = 15 Unit, dan Kain Wol = 10 Unit dengan jumlah keutungan sebesar = Rp900 Juta.

2. Aplikasi Model Matematika Dalam Manajemen Rantai Pasok

Rantai pasok (supply chain) adalah serangkaian proses bisnis yang menghubungkan beberapa pelaku dalam sistem untuk peningkatan nilai produk dan mendistribusikannya kepada konsumen dalam jumlah, waktu, kualitas, dan tempat yang tepat. Tujuan utama rantai pasok adalah peningkatan nilai tambah produk yang dihasilkan, sehingga setiap pelaku dalam sistem jaringan rantai pasok akan memberikan kontribusi berupa input atau proses spesifik yang dapat meningkatkan nilai produk (barang dan jasa). Para pelaku dalam jaringan sistem rantai pasok dapat meliputi pemasok komponen/bahan mentah, produsen, pedagang grosir/distributor, pengecer, dan pelanggan. Manajemen rantai pasokan merupakan proses yang terintegrasi dari keseluruhan kegiatan pergerakan produkatau jasa dari pemasok, produsen, pedagang besar/distributor, pengecer, sampai ke pelanggan yang meliputi aliran informasi, aliran dana, aliran bahan baku, serta aliran sumber daya lainya yang saling terkait. Kegiatan-kegiatan pengelolaan rantai pasok dilakukan mulai dari pengadaan bahan baku, perencanaan kolaboratif, penyebaran informasi, pengiriman pesanan, penelusuran pesanan, layanan pasca penjualan, pengukuran kinerja perusahaan, hingga pengembangan produk terbaru (Chopra & Miendl, 2016).

Sebuah sistem rantai pasok menggambarkan kumpulan semua sumber daya yang saling berhubungan yang terlibat dalam memproduksi dan mendistribusikan suatu produk. Misalnya, system rantai pasok untuk “industri mobil” meliputi pemasok bahan baku material, pemasok suku cadang otomotif, pusat distribusi untuk menyimpan suku cadang otomotif, pabrik perakitan, dan dealer mobil. Semua material yang dibutuhkan untuk menghasilkan “produk jadi mobil” harus mengalir melalui sistem rantai pasokan.

Sistem atau model rantai pasokan dirancang untuk memenuhi permintaan pelanggan akan suatu produk dengan biaya minimum. Manajemen perusahaan yang bertanggung jawab dalam mengontrol rantai pasokan harus membuat keputusan seperti: dimana memproduksi produk, berapa banyak yang harus diproduksi, dan kemana harus dikirim produk tersebut. Masalah dalam model rantai pasokan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan model matematika-pemrograman linier antara lain adalah masalah transportasi dan masalah transshipment. Pada bagian ini, akan membahas secara spesifik masalah transportasi (transportation problem).

Masalah transportasi sering muncul dalam perencanaan distribusi barang dan jasa dari beberapa lokasi pemasok (suppliers) ke beberapa lokasi permintaan (demands). Umumnya jumlah barang yang tersedia di setiap lokasi pasokan (asal/sumber) terbatas, dan jumlah barang yang dibutuhkan di masing-masing lokasi permintaan (tujuan) diketahui. Tujuan umum dalam masalah transportasi adalah untuk meminimalkan biaya pengiriman barang dari daerah asal (origin) ke daerah tujuan (destination).

Metode transportasi digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber yang menyediakan produk yang sama ke tempat-tempat yang membutuhkan. Ada beberapa metode untuk mencari solusi layak dasar awal yaitu North-West Corner, Least Cost, dan Aproksimasi Vogel (VAM). Sedangkan metode untuk menghasilkan solusi optimal yaitu: Stepping-Stone dan MODI (Modified Distribution). Alokasi produk ini harus diatur sedemikian rupa, karena terdapat perbedaan biaya pengiriman dari satu sumber atau asal (origin) ke suatu tempat tujuan (destinations) yang berbeda-beda.

Contoh 2:

PT. YDM Manufacturing memiliki 3 (tiga) lokasi pabrik dengan 3(tiga) lokasi pergudangan yang tersebar di Kota Palopo (A), Kota ParePare (B), dan Kota Makassar (C). Biaya transportasi per-ton dari masing-masing pabrik ke gudang ($), serta kapasitas setiap pabrik dan gudang disajikan secara lengkap pada tabel berikut:

Dari / Ke	Gudang A	Gudang B	Gudang C	Supply (ton)
Pabrik-I	$ 60	$ 40	$ 25	100
Pabrik-II	$ 80	$ 50	$ 30	300
Pabrik-III	$ 90	$ 70	$ 55	300
Demand (ton)	150	250	300	300

Selesaikan persoalan transportasi di atas dengan menggunakan metode stepping stone, agar diperoleh biaya transportasi minimum!

Penyelesaian:

a) Variabel Keputusan:

xij = Jumlah unit produk yang dikirim pabrik i ke Gudang j

where i = 1, 2, . . . , m dan j =1, 2, . . . ,n

b) Fungsi Tujuan:

Biaya Transportasi dari Pabrik-I = $60\ X_1.1 + 40\ X_1.2 + 25\ X_1.3$

Biaya Transportasi dari Pabrik-II = $80\ X_2.1 + 50\ X_2.2 + 30\ X_2.3$

Biaya Transportasi dari Pabrik-III = $90\ X_3.1 + 70\ X_1.2 + 55\ X_3.3$

$$Zmin = 60\ X_1.1 + 40\ X_1.2 + 25\ X_1.3 + 80\ X_2.1 + 50\ X_2.2 + 30X2.3 + 90\ X_3.1 + 70\ X_1.2 + 55\ X_3.3$$

c) Fungsi Kendala:

Kapasitas supply Pabrik-I = $X_1.1 + X_1.2 + X_1.3 \leq 100$

Kapasitas supply Pabrik-II = $X_2.1 + X_2.2 + X_2.3 \leq 300$

Kapasitas supply Pabrik-III = $X_3.1 + X_3.2 + X_3.3 \leq 300$

Kapasitas demand Gudang A, $X_1.1 + X_2.1 + X_3.1 = 300$

Kapasitas demand Gudang B, $X_1.2 + X_2.2 + X_3.2 = 200$

Kapasitas demand Gudang A, $X_1.3 + X_2.3 + X_3.3 = 200$

$x_{ij} \geq 0$, dimana $i = 1, 2, 3$ dan $j = 1, 2, 3$

d. Interpretasi Output:

Zmin = 60 (100) + 40 (0) + 25 (0) + 80 (0) + 50 (0) + 30 (300) + 90 (50)

+ 70 (250) + 55 (0)

= 6.000 + 9.000 + 4.500 + 17.500

= 37.000

Berdasarkan output yang dihasilkan, maka dapat disimpulkan bahwa dengan jumlah kapasitas supply dan demand yang tersedia, maka untuk memperoleh biaya transportasi minimum (optimal), maka Pabrik-I, mengirimkan produknya semua ke Gudang A (100 ton); Pabrik-II, juga mengirimkan produknya semua ke Gudang C (300 ton); dan Pabrik-III, mengirimkan produknya ke Gudang A (50 ton), dan Gudang B (250 ton). Biaya tranportasi minimum yang dikeluarkan oleh PT. YDM Manufacturing sebesar $ 37.000.

Daftar Pustaka

Allen, W.B., Weigelt, K., Doherty, N., Mansfield, E., 2009. *Managerial Economics, Theory, Applications, and Cases. Seventh Edition.* New York, NY: W.W. Norton & Company, Inc.

Alim, K. 2022. *Manajemen Keuangan.* Padang: PT. Global Eksekutif Teknologi.

Anderson, D. R., Sweeney, D. J., Williams, T. A., Camm, J. D., & Cochran, J. J. (2018). *An Introduction to Management Science: Quantitative Approach to Decision Making. Revised 15th.* Canada: Cengage Learning Inc.

Anonim, 2012. *Managerial Economics Principles* (v.1.0.). di bawah lisensi Common Creative by-nc-sa 3.0. (http://creative commons.org/license/by-nc-sa/3.0), didownload oleh Andy Schmitz

Barton, S. and Gordon, P., 1987. *Corporate Strategy. Useful Perspective for the study of capital structure, Academy of Management Review,* 12 (1) 67-75.

Boediono, 1982. *Ekonomi Mikro, Seri Sinopsis Pengantar Ilmu Ekonomi No 1, Edisi Kedua*, Yogyakarta: BPFE.

Chopra S., & Meindl P. (2016). *Supply Chain Management: Strategy,Planning and Operation 6th edition.* New York (US): Pearson Education Limited .

Dumairy. 2017. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi (Edisi Kedua).* Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.

Haeussler, Ernest; Paul, Richard, and Wood, Richard Wood. 2022. Introductory Mathematical Analysis for Business, Economics, and the Life and Social Sciences, Global Edition, Global Edition, Pearson.

Keat, P.G. dan Young, P.K.Y., 2009. Managerial Economics, Economic Tools for Today's Decision Makers. Sixth Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.

Ni Nyoman Aryaningsih, (2018). Ekonomi Manajerial : Kajian Teori dan Emporos Nilai Keputusan Investasi, Cet. I: Media Nusa Creative, Malang.

Nurhidayati. (2013). Matematika Bisnis. Semarang: Semarang University Press.

Samuelson, William F., Marks, Stephen G., 2012. *Managerial Economics. Seventh Edition.* Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc.

Taylor, B. W., Bector, C. R., Bhatt, S. K., & Rosenbloom, E. S. (2013). *Introduction to management science.* Boston, MA, USA: Pearson Education Limited.

Titman, S., Keown, A. J. dan Martin, J. D. 2018. *Financial Management Principles and Applications. 13th ed.,* Harlow: Pearson.

Van der Heijden, H., & De Kok, T. (2021). Production and Operations Management (3rd ed.). Routledge.

Profil Penulis

Amika Sapan

Penulis memiliki latar belakang Pendidikan S1 program studi Pendidikan Matematika dimulai dari tahun 2008 pada perguruan tinggi STKIP YPUP, Makassar dan menyelesaikan studi S1 ini tahun 2011. Penulis memilih ikut jurusan ini berhubung senang dengan matematika untuk mengajar anak-anak sekolah dari Tingkat SMP hingga SMA dari tahun 2007 – 2011, kemudian penulis melanjutkan studi Pascasarjana (s2) di Program Studi Pendidikan Matematika pada PT Universitas Negeri Makassar tahun 2011 - 2013. Penulis memiliki pengalaman pada Kampus Mengajar program Pemerintah Kampus Merdeka. Penulis aktif menulis artikel dan book chapter ataupun buku ajar. Semoga dengan penulisan book chapter memberi kontribusi baik kepada mahasiswa maupun rekan sejawat.

Email Penulis amika_sapan@ukipaulus.ac.id

8

MATEMATIKA DAN SENI

Riza Agustiani, M.Pd
Universitas Islam Negeri Raden Fatah Palembang

Sejarah pada masa Dinasti Ptolemy memberikan gambaran tentang bagaimana ilmu pengetahuan seperti matematika dan sains hidup berdampingan dengan seni. Pada masa Dinasti Ptolemeus, sebuah bangunan yang disebut museum dibangun di kota Alexandria, yang menjadi cikal bakal universitas modern. Dalam bahasa Yunani museum berarti kursi Muses, yakni 9 dewi dalam mitologi Yunani. Museum ini menjadi wadah dan fasilitas bagi para ilmuwan, penyair, seniman, dan penulis yang diundang oleh Dinasti Ptolemy untuk melakukan studi, mengakses perpustakaan terbaik, serta mendiskusikan berbagai hal dengan para ahli. Museum menjadi saksi dan bukti bahwa ilmu pengetahuan dan seni berkembang beriringan dan saling melengkapi.

Dalam rangka mencoba mengaitkan antara matematika dan seni, perlu dikaji kembali seberapa *real* dan *abstrak* objek-objek matematika. Apakah benar objek matematika adalah apa yang ada di dalam realita atau berupa objek-objek fisik? Ataukah objek-objek matematika adalah tentang apa yang ada dalam pikiran saja? Jika begitu abstrak bagaimana matematika kemudian bisa muncul di dunia musik atau seni visual?

Seorang idealis mengakui eksistensi objek-objek matematis, tetapi objek-objek tersebut tergantung pada pikiran manusia baik sebagai kosntruksi yang timbul dari aktivitas mental masing-masing matematikawan (idealisme subjektif) maupun sebagai bagian dari susunan mental yang dimiliki oleh seluruh manusia (Idealisme inter-subjektif). Sebaiknya, paham nominalisme memberikan sangkalan terhadap eksistensi objektif dari objek-objek matematis. Salah satu pandangan nominalisme mengemukakan bahwa objek-objek matematis hanya merupakan kontruksi-kontruksi linguistik.

Secara umum para ahli matematika secara jelas sepakat bahwa matematika merupakan suatu ide abstrak (Skemp, 1971). Jika objek-objek matematika dipetakan sebagai objek-objek fisik, maka hasilnya akan berupa abtraksi dari objek-objek fisik tersebut. Aristoteles mengemukakan bahwa proses abstraksi tersebut berlangsung ketika objek-objek diciptakan atau diperoleh atau dipahami dengan cara merenungkan objek-objek fisik (Kartasasmita, 2014). Menurut Johnson & Rising (1993:47), konsep matematika adalah suatu abstraksi mental dari sifat-sifat yang dimiliki oleh suatu himpunan pengalaman, objek, dan fenomena. Lebih lanjut Skemp (1971: 19-22) menjelaskan bahwa proses pembentukan suatu konsep matematika dimulai dengan abstraksi dan klasifikasi objek nyata yang ditemukan manusia dalam kehidupan sehari-hari. Hal ini menunjukan bahwa ide matematika yang paling abstrak sekalipun berhubungan dengan objek nyata dalam kehidupan manusia atau dengan kata lain terdapat konteks dalam kehidupan nyata yang dapat mewakili suatu ide atau konsep matematika.

Geometri-Aljabar dan Seni Visual

Geometri merupakan bidang matematika yang kaya akan visualisasi dari objek-objek matematika baik berupa konsep, prinsip, maupun prosedur. Meski pada objek-objek geometri tertentu kita mungkin tidak benar-benar memberikan visualisasi yang tepat, namun objek-objek geometri tersebut masih bisa *diwakilkan* dengan sebuah objek fisik yang mendekati ide matematika yang dimaksud. Salah satu contohnya, objek geometri berupa titik yang merupakan ide dari posisi tanpa dimensi. Ide tentang titik dapat diwakilkan dengan tanda noktah yang meskipun kecil tentunya masih memiliki dimensi.

Ide-ide geometri khususnya geometri transformasi sering dijumpai dalam seni visual seperti arsitektur fasad bangunan, pengubinan, wallpaper, motif kain baik motif tradisional maupun motif modern. Secara khusus kali ini akan dibahas bagaimana ide geometri bersama dengan ide aljabar yang disebut dengan *wallpaper-group* digunakan dalam menganalisis motif kain songket khas sumatera selatan, yang dan kemudian dijadikan dasar untuk mengembangkan motif kain songket baru.

Dalam *wallpaper-group* terdapat operasi komposisi dan himpunan transformasi-transformasi geometri, yakni translasi, rotasi, refleksi, dan refleksi geser. Himpunan dan operasi komposisi yang terdapat pada *wallpaper-group* memenuhi sifat operasi yakni, tertutup, asosiatif, memiliki identitas, dan memiliki invers.

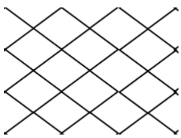
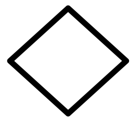
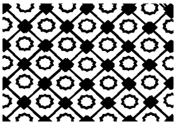
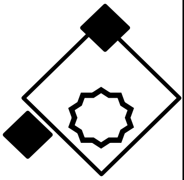
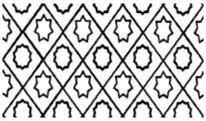
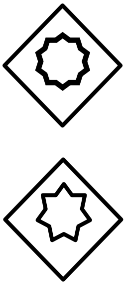
Sebelum membahas tipe-tipe *wallpaper-group*, terlebih dahulu akan dibahas mengenai notasi wallpaper-group. Berikut ini ketentuan notasi dalam *wallpaper-group*. Notasi dimulai dengan huruf p atau c. Huruf p menandakan sel primitif, sedangkan c bermakna sel terpusat. Notasi berikutnya berupa digit angka yang mengindikasikan order tertinggi dari simetri putar. Simbol ketiga mengindikasikan ada atau tidaknya simetri yang tegak lurus dengan sumbu utama. (m, g, atau 1). Simbol keempat adalah tanda apakah terdapat simetri yang sejajar ataupun membentuk sudut 180o/n (n > 2) dengan sumbu utama. (m, g, atau 1).

Contoh:

p4gm (p4g): grup ini memiliki sel primitif dengan order rotasi terbesarnya adalah 4, sumbu refleksi geser tegak lurus dengan sumbu translasi dan sumbu refleksinya membentuk sudut 45^{o} terhadap sumbu translasi.

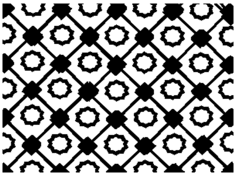
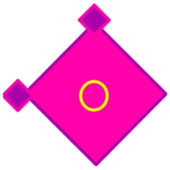
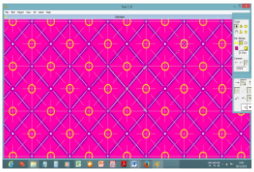
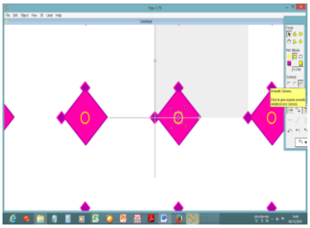
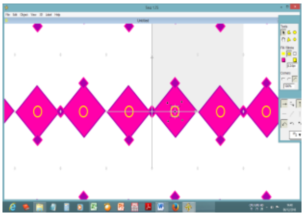
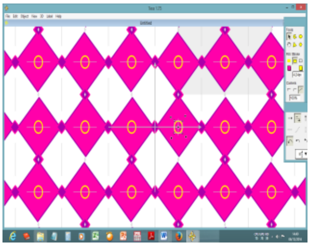
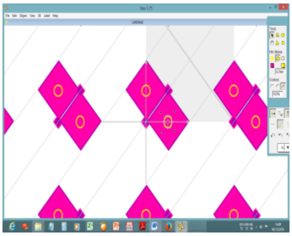
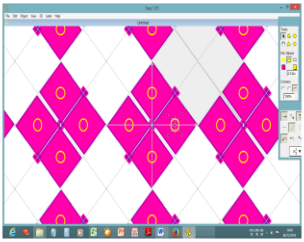
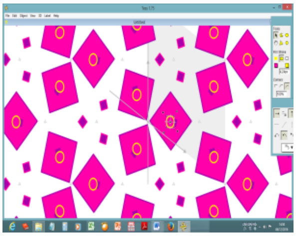
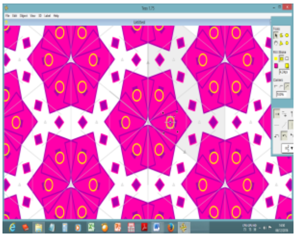
Aplikasi wallpaper-group untuk menemukan motif songket baru dari motif yang sudah ada dilakukan dalam 3 tahapan. Tahap awal yakni menentukan sel (*cell*) dan kisi motif songket. Kisi (*lettice*) adalah bangun datar yang dibentuk oleh pola sel-sel, yang merupakan bagian terkecil dari gambar. Tahap berikutnya yakni mengidentifikasi isometri yang terdapat pada motif kain songket utuh dari sel dan kisi motif songket. Isometri yang dimaksud adalah kombinasi generator pada grup simetri (rotasi, refleksi, translasi maupun refleksi geser) serta periodesasinya. Ragam isometri yang dihasilkan bergantung pada bentuk kisi (poligon) yang terbentuk sebelumnya. Selanjutya, dilakukan identifikasi tipe *wallpaper-group* pada motif kain songket dari 3 motif terpilih berdasarkan isometrianya. Berikut adalah hasil telaah yang dilakukan.

Tabel 1. Hasil Pengamatan Songket

No Motif	Motif Kain Utuh	Sel (*cell*) Motif Kain	Isometri	*Wallpaper-Group*
1			Refleksi, Refleksi Geser.	Cm
2			Refleksi, Refleksi Geser.	Cm
3			Rotasi, Refleksi	p4m

Setelah melakukan analisis tipe *wallpaper-group* pada motif kain tenun songket yang telah ada, kegiatan dilanjutkan dengan mengembangkan motif baru. Motif baru dikembangkan dari simbol atau ornamen Islam Melayu yang didapat dari hasil tahapan sebelumnya dan dilakukan isometri sesuai dengan tipe-tipe wallpaper-group (17 tipe). Pembuatan desain motif baru kain tenun songket dilakukan dengan bantuan aplikasi Tess 1.7.5 dan Kali 5.3.3. Berikut contoh hasil motif baru yang didapatkan.

Tabel 2. Hasil Motif Kain Songket

Motif Kain Songket		
		
		
		
		
		

Matematika dalam Musik dan Harmoni

Matematika khususnya kajian tentang artimatika modulo banyak diterapkan dalam musik dan harmoni. Terapan matematika dalam musik dan harmoni antara lain tentang penggunaan notasi angka untuk tangga nada, penerapan dalam akor yang merupakan kumpulan nada-nada suara yang harmoni. Tangga nada diatonis, misalnya, terdiri dari delapan nada, tetapi dalam penghitungan interval dan perulangan, konsep modulo membantu mengatur posisi relatif dari tiap nada dalam lingkaran yang berulang.

Dalam teori musik, interval antar nada sering dijelaskan melalui pembagian frekuensi berdasarkan rasio yang melibatkan angka-angka sederhana. Misalnya, interval oktaf dibentuk ketika satu nada memiliki frekuensi dua kali lipat dari yang lain. Akor, yang merupakan kumpulan beberapa nada yang dimainkan bersama, juga dapat dijelaskan melalui pola matematika. Akor mayor dan minor, yang umum dalam musik Barat, memiliki struktur interval tetap yang bisa dianalisis menggunakan konsep aritmatika.

Aritmatika modulo khususnya pelibatan konsep kongruensi modulo digunakan dalam perpindahan tangga nada pada musik. Dikenal istilah *integer model of pitch*, yakni bilangan bulat modulo 12 yang merupakan hasil transformasi 12 nada dasar. Rumus persamaan kongruensi yang digunakan adalah:

T_n (x)=x+n(mod 12)

Persamaan kongruensi di atas digunakan pada perpindahan tangga nada sebuah lagu dengan tujuan membantu penyanyi menjangkau nada-nada tertentu yang tidak sesuai dengan tingkat suaranya (Pribadi, 2016). Hal ini meungkinkan setiap individu menyesuaikan nada-nada pilihan denagn tingkat suaranya.

Setelah ke 12 nada dasar diubah ke bentuk *integer model of pitch*, dengan memanfaatkan rumus kongruensi modulo, dihasilkan keseluruhan susunan tangga nada dimulai dari tangga nada mayor pada nada dasar C#, D, D#, E, F, F#, G, G#, A, A#, dan B dan dengan cara yang sama ditemukan juga keseluruhan susunan nada pada tangga nada minor asli, harmonis dan melodis untuk setiap nada dasar A#, B, C, C#, D, D#, E, F, F#, G, dan G# (Pratama, 2023) .

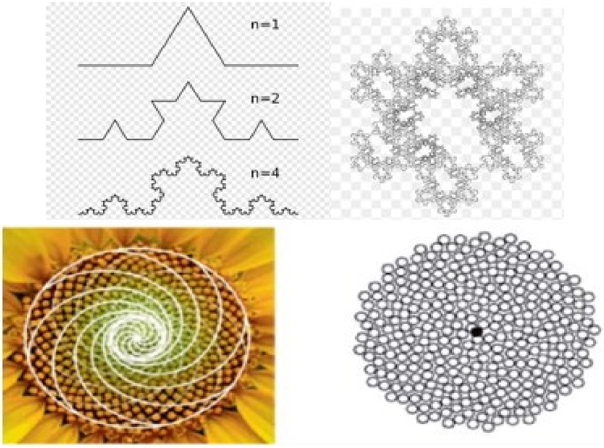
Fraktal dan Seni Generatif

Seni dan matematika juga bertemu dalam konsep fraktal dan seni generatif (Pugach, 2016). Fraktal adalah struktur geometris yang memiliki sifat self-similarity, artinya pola yang sama berulang di berbagai skala. Konsep ini tidak hanya diterapkan dalam visualisasi matematis tetapi juga dalam seni dan musik. Misalnya, dalam seni visual, bentuk fraktal sering digunakan untuk menciptakan pola yang kompleks dan menarik yang tampak seperti tiruan alam, seperti cabang-cabang pohon, garis pantai, atau pola-pola salju.

Seni generatif adalah pendekatan di mana aturan-aturan matematika digunakan untuk menghasilkan karya seni (Galanter, 2016). Algoritma, yang didasarkan pada persamaan matematika, dapat digunakan untuk membuat karya seni yang tidak hanya estetis, tetapi juga mengandung struktur dan pola yang mendalam. Penggunaan komputer dalam seni generatif memungkinkan seniman untuk memprogram aturan-aturan tertentu, dan komputer akan secara otomatis menciptakan gambar, pola, atau bahkan musik berdasarkan aturan tersebut.

Fraktal sering digunakan dalam seni generatif karena kemampuannya menghasilkan detail yang tak terbatas dalam berbagai skala. Beberapa seniman menggunakan fraktal dalam karya mereka untuk menciptakan lanskap visual yang rumit dan dinamis. Pada sisi lain, dalam musik generatif, konsep fraktal digunakan untuk menghasilkan melodi dan pola ritmis yang berulang secara alami, menciptakan harmoni yang kompleks namun tetap seimbang.

Selain bentuk fraktal yang populer yakni fraktal bunga salju *Koch*, dikenal juga bentuk fraktal bunga matarhari yang mengikuti deret fibonacci. Berikut beberapa visualisasi indah fraktal.



Gambar 8.1. Fraktal Bunga *Koch* dan Bunga Matahari

Kesimpulan

Matematika dan seni, meskipun tampak sebagai dua disiplin yang berbeda, memiliki keterkaitan yang mendalam. Dalam musik, konsep-konsep matematika seperti aritmatika modulo memberikan dasar struktural bagi komposisi musik, seperti pola tangga nada dan akor yang harmonis. Pola dan rasio matematis memungkinkan musisi dan komposer menciptakan nada-nada yang harmonis dan simetris, memberikan keseimbangan estetika yang dapat dirasakan oleh pendengarnya.

Di sisi lain, seni visual, khususnya seni generatif dan fraktal, menunjukkan bagaimana aturan-aturan matematis dapat digunakan untuk menciptakan pola yang indah dan penuh makna. Fraktal, dengan sifat self-similarity-nya, membuka kemungkinan bagi seniman untuk menciptakan karya seni dengan detail yang kompleks dan berulang pada berbagai skala, mencerminkan pola yang sering ditemukan di alam.

Secara keseluruhan, matematika memberikan alat bagi seniman dan musisi untuk memahami, menganalisis, dan menciptakan karya-karya yang harmonis dan estetis. Hubungan antara matematika, musik, dan seni generatif menunjukkan bahwa keindahan seni tidak hanya berasal dari intuisi kreatif, tetapi juga dari keteraturan dan pola yang mendasari alam semesta.

Daftar Pustaka

Agustiani, Riza. (2016).Wallpaper-group dalam desain motif kain tenun songket khas Islam Melayu. Palembang: Raffah Press.

Dewantara, A. W., & SS, M. (2019). Logika. Seni Berpikir Lurus.

Hartatiana & Wardani, Ambar Kusuma. (2022). Konstruksi Konsep Geometri Melalui Kearifan Lokal Sumatera Selatan. Surabaya: Numerasia.

Johnson, Donovan A., & Rising, Gerald R.. (1967). Guidelines for Teaching Mathematics. Belmont, California: Wadsworth Publishing Company.

Kartasasmita, B. G. Wahyudin. (2014). Sejarah dan Filsafat Matematika. Universitas Terbuka.

Pratama, F. M., & Sukarsih, I. (2023). Fungsi Transposisi Modulo untuk Mencari Nada pada Komposisi Akor dalam Musik Blues. Jurnal Riset Matematika, 65-72.

Pribadi, A. P. (2016). Aplikasi persamaan kongruensi pada perpindahan tangga nada sebuah lagu (Doctoral dissertation, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim).

Skemp, Richard R.. 1971. The Psychology of Learning Mathematics. Great Britian: Penguin Books.

Wajongkere, Y., Titaley, J., & Langi, Y. A. (2019). Fungsi Transposisi Modulo dan Penerapannya Pada Pencarian Susunan Tangga Nada dan Tingkatan Akor. d'Cartesian, 8(1), 11-17.

Profil Penulis

Riza Agustiani

Penulis adalah Dosen Pendidikan Matematika Universitas Islam Negeri Raden Fatah kelahiran Palembang tanggal 5 Agustus 1989. Beliau bergabung di UIN Raden Fatah sejak tahun 2014. Studinya di tempuh di program studi Pendidikan Matematika baik pada jenjang S1 dan S2. Studi S1 ditempuh pada tahun 2006-2010 di UNSRI, sedangkan studi S2 ditempuh pada tahun 2010-2012 di UNESA melalui beasiswa Bilingual Master Program on Mathematics Education (BiMPoME) yang merupakan kerjasama antara Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, UNSRI, dan Utrecht University. Adapun fokus penelitian adalah Desain Pembelajaran yang memuat Hypothetical Learning Trajectory pembelajaran Aljabar dan Geometri. Dalam 3 tahun terakhir penelitian mulai fokus pada pemanfaatan Augmented Reality dan Artificial Intelegence dalam pembelajaran matematika.

Sejak masa sekolah penulis memiliki ketertarikan dalam menulis puisi dan cerpen yang dipublikasikan baik melalui kegiatan lomba maupun dicetak dan disebarkan kepada teman-teman sekolah. Karya non fiksi mulai dibuat melalui kegiatan lomba essay dan menulis artikel di blog. Sebagai peminat bidang Pendidikan Matematika, penulis beberapa tahun terakhir menulis buku pendidikan matematika dari hasil penelitian dan sedang menyelesaikan buku kuliah bidang Aljabar.

Email Penulis: riza.mathedu@gmail.com

9

MATEMATIKA DAN LINGKUNGAN

Yusem Ba'ru,S.Pd.,M.Pd
UKI Toraja

Pentingnya Mempelajari Matematika

Matematika merupakan salah satu ilmu yang sangat digunakan dalam berbagai kehidupan manusia. Banyak aspek kehidupan manusia yang membutuhkan tentang konsep-konsep matematika. Bahkan biasa dijelaskan bahwa matematika tidak lepas dalam peradaban kehidupan manusia, baik itu dalam kehidupan sehari-hari, dalam budaya masyarakat, dalam aktivitas, dan dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sangat membutuhkan matematika.

Pentingnya matematika seperti yang diuraikan di atas, menjadi salah satu alasan palajaran matematika selalu ada dalam kurikulum dalam setiap jenjang pendidikan. Hal tersebut mengindikasikan bahwa seseorang perlu dibekali konsep-konsep matematika agar mereka memiliki kemampuan-kemampuan seperti kemampuan pemecahan masalah, kemampuan membuat refresentasi matematika, kemampuan penalaran, kemampuan koneksi dan komunikasi matematika, Maulyda (Yusem et al., 2024). Dari uraian tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran matematika merupakan sarana untuk membekali peserta didik yang juga anggota masyarakat sejumlah kemampuan yang sangat dibutuhkan dalam kehidupan mereka. Selanjutnya bahwa perkembangan ilmu dan teknologi dalam zaman yang penuh dengan tantangan saat ini, mengharuskan manusia memiliki sejumlah kemampuan yang sejalan dengan kemampuan matematika tersebut di atas. Misalnya, seseorang yang tidak memiliki kemampuan dalam menganalisis, mengambil langkah penyelesaian dan selanjutnya menyelesaian masalah, maka akan menjadi suatu tantangan besar untuk menjalani kehidupannya.

Selain dalam penggunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari, matematika juga sangat berperan dalam perkembangan ilmu-ilmu yang lain. Matematika sangat dibutuhkan dalam berbagai bidang ilmu. Dan hampir tidak ada ilmu diluar matematika yang tidak menggunakan matematika. Hal ini yang menjadi alasan bahwa matematika yang biasa disebut ratunya ilmu pengetahuan, benar-benar menjadi pelayan untuk semua ilmu pengetahuan tersebut.

Memahami paparan penjelasan di atas, kita dapat sampai pada kesimpulan bahwa matematika sangat penting dalam berbagai lini kehidupan manusia. Pentingnya mempelajari konsep matematika itu, membuat kita harus menyadari bahwa matematika membentuk dasar berpikir logis dan pemecahan masalah. Matematika memberikan alat untuk memahami dan mengelola berbagai aspek kehidupan, seperti menghitung keuangan dan memahami prinsip sains dan teknologi dan berbagai kemampuan-kemampuan lain yang membantu manusia seperti dalam aspek lingkungan seperti yang akan dibahas pada paparan selanjutnya dalam tulisan ini.

Pengertian Matematika

Matematika merupakan ilmu pengetahun yang objek kajiannya yang sangat abstrak. Kajian yang abstrak dari matematika menyebabkan orang pada umumnya memandang matematika sebagai pelajaran yang susah untuk di pahami.Matematika memiliki objek kajian yang sangat luas, sehingga biasanya untuk mendefenisikannya orang melihat dari berbagai sudut pandang tergantung dari segi dan pengalaman orang tersebut pada konsep matematika, (Ramdani, 2006). Berdasarkan hal tersebut, maka ahli matematika pun mendefenisikan matematika itu secara berbeda-beda pula. Dari pendapat tersebut, mengindikasikan bahwa pendefenisian matematika belum sampai pada suatu kesepakatan yang tunggal.

Ditinjau dari asal kata, matematika diambil dari bahasa yunani yaitu mathematike, yang diambil dari bahasa yang hampir sama yaitu mathenein yang berarti belajar. berdasarkan asal katanya, maka perkataan matematika berarti ilmu pengetahuan yang didapat dengan berpikir /bernalar, (Siagian, 2016:59). Berpijak pada landasan tersebut, matematika dapat dipahami sebagai ilmu pengetahuan yang diperoleh sebagai hasil aktivitas belajar atau berpikir. Hasil akhir yang ada dalam konsep matematika itu merupakan hasl yang didapatkan dengan cara bernalar.

Johnson dan Rising dalam ("Matematika Menurut Para Ahli," 2017) bahwa matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logik, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat, representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi. Berdasarkan beberapa pendapat di atas, dapat membantu kita menyimpulkan bahwa matematika adalah bidang ilmu pengetahuan yang mempelajari struktur, pola, hubungan, dan perubahan dengan menggunakan konsep seperti angka, bentuk, dan ruang yang diperoleh dengan cara berpikir atau bernalar. Oleh karena itu, matematika biasanya melibatkan penggunaan simbol dan operasi untuk memecahkan masalah dan membuat prediksi.

Matematika dengan Iklim

Salah satu hal mendasar yang sangat mempengaruhi lingkungan hidup manusia dan makhluk hidup lainnya adalah perubahan iklim. Bentuk perubahan iklim yang mendasar seperti kenaikan suhu yang sudah ekstrim, tidak menentunya lagi musim panas dan musim dingin dan lain sebagainya. Hal-hal seperti ini harus menjadi perhatian semua pihak karena dinilai memberi sumbangsih pengaruh yang cukup besar dalam kehidupan makhluk di muka bumi ini.

Memodifikasi cuaca sebagai salah satu upaya manusia untuk menghadapi perubahan iklim yang sudah tidak menentu seperti yang dijelaskan di atas. Bentuk modifikasi cuaca dengan menggunakan kemajuan ilmu dan teknologi sangat diapresiasi sebagai keberhasilan manusia dalam bertindak dan berpikir secara modern. Kesuksesan teknologi tersebut, tidak terlepas dari peran matematika dalam astronomi, geometri, dan trigonometri. Dengan bantuan teknologi tersebut dalam upaya modifikasi cuaca, petani dapat lebih mudah untuk menentukan kapan harus ditanam, kapan harus panen, dan bibit mana yang cocok untuk ditanam kondisi cuaca saat itu. Ketepatan dan kecerdasan petani dalam membandingkan iklim dengan jenis tanaman yang tepat dapat meningkatkan kuantitas dan kualitas hasil panen.

Barwel dalam (Nugraheni, 2024) menyatakan bahwa "peranan matematika dalam mendeskripsikan perubahan iklim dapat ditinjau dari fungsi matematika dalam menyajikan data secara statistik, misalnya dalam menyajikan penurunan luas area hutan hijau, kenaikan permukaan laut, atau kenaikan suhu udara. Penanan memprediksikan dapat dilihat dari fungsi matematika dalam melakukan prediksi di masa depan tentang fenomena perubahan iklim atau efek yang ditimbulkan melalui persamaan fungsi, metode stokastik, atau pemodelan matematika yang melibatkan serangkaian variable dan simulasi. Pemodelan matematika mempunyai dampak pada kehidupan nyata, singkatnya, ketika perubahan iklim dimodelkan akan membawa pada komitmen untuk menurunkan emisi karbon".

Konsep matematika membawa banyak manfaat dalam membantu manusia khususnya dalam perkembangan iklim dan cuaca. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Robi (ITERA, 2022) matematika dan atau statistika punya peranan besar dalam bidang cuaca atau iklim, mulai dari pemodelan hingga *post-processing* data-data model. Lebih lanjut Robi memberikan beberapa contoh materi dasar Matematika yang sering dipakai dalam pemodelan cuaca-iklim yaitu Kalkulus, Persamaan Diferensial Biasa/Parsial, Metode Numerik serta Aljabar Linier. Selanjutnya penelitian (Farhan & Subhan, 2024) yang meneliti penerapan matematika yaitu pemodelan matematika yang bertujuan untuk menggambarkan efek berbahaya dari peningkatan Gas Rumah Kaca (GRK) terhadap pemanasan global dan makhluk hidup di wilayah pesisir. Dengan menggunakan asumsi: 1) Jumlah populasi manusia jumlahnya konstan; 2) Jumlah gas rumah kaca yang dihasilkan oleh manusia konstan; 3)Penanaman pohon di ekosistem hutan konstan; 4) Produksi GRK oleh hewan di ekosistem hutan dekat kawasan pesisir konstan; 5) Penyerapan GRK oleh pepohonan konstan. Berdasarkan asumsi tersebut didapatkanlah menganalisis model secara analitis untuk memastikan keberadaan spesies yang dipertimbangkan dan untuk mendapatkan sifat sistem pada titik kesetimbangan.

Berdasarkan pendapat di atas, dapat memberikan gambaran bahwa penerapan matematika dalam kehidupan manusia memberikan sumbangsi yang sangat besar terkhususnya pada perubahan iklim.

Matematika dalam Pertanian

Pertanian juga merupakan salah satu aspek kehidupan manusia yang berkaitan dengan lingkungan. Salah satu cara penggunaan lingkungan di sekitar kita adalah dengan bercocok tanam atau bertani. Seperti yang kita tahu bahwa, Indonesia merupakan negara dengan mata pencaharian penduduknya sebagian besar adalah petani, olehnya itu untuk membantu pengembangan sektor pertanian, penggunaan konsep-konsep matematika sangat dibutuhkan.

Penerapan matematika dalam konsep satuan seperti konversi satuan tradisional yang selama ini digunakan oleh petani dalam menilai ukuran luas sawah atau kebun. Misalkan di daerah Toraja ukuran luas sawah tersebut bisa ditaksir dengan jenis dan satuan harga kerbau. Penerapan matematika yang berkaitan dengan besarnya luas kepemilikan sawah yang ditaksir dengan jenis dan harga kerbau tersebut akan memudahkan manusia dalam melakukan transaksi baik jual beli sawah , kebun ataupun pembagian hasil dari sawah dan kebun tersebut. Selain itu, dengan bantuan geometri sebagai cabang ilmu matematika ,akan memudahkan manusia dalam menentukan luas daerah garapannya dari sawah ataupun lahan pertanian yang dimiliki. Lahan pertanian yang dimiliki akan menyerupai bangun-bangun geometri seperti segitiga, segiempat, segilima dan lain, lain. Dari bentuk penerapan matematika dalam menentukan luas ataupun batas-batas tanah garapan tersebut akan menjauhkan masyarakat untuk melakukan pertikaian hanya karena sengketa luas tanah yang tidak bisa ditentukan tanpa bantuan matematika (Siregar & Dewi, 2022:83) .

Konsep matematika seperti program linear akan membantu para petani dalam kasus menentukan nilai yang paling optimal dari nilai maksimum ataupun minimum. Dalam kasus tersebut, program linear akan memberikan panduan melakukan pemodelan masalah dan selanjutnya penerapan langkah-langkah apakah bentuk grafik atau metode simpleks untuk menentukan nilai yang akan dicapai dari nilai maksimum ataupun minimum dari kasus tersebut. Sebagai contoh, pada soal yang berkaitan dengan bidang pertanian berikut:

Untuk memelihara kebun, seorang petani membutuhkan pupuk yang mengandung unsur N, P , dan K masing-masing 24 kg, 28 kg , dan 26 kg . Pupuk jenis A mengandung unsur N, P , dan K masing-masing 12 kg, 6 kg , dan 3 kg tiap karung. Pupuk jenis B mengandung unsur N, P , dan K masing-masing 3 kg , 6 kg , dan 10 kg tiap karung. Harga satu karung pupuk A Rp15.000,00 dan pupuk B Rp12.500,00. Petani tersebut ingin mengeluarkan biaya minimal, tetapi dengan kandungan maksimal.

Jawab:

a. Menentukan model matematika

Misalkan x= banyaknya karung pupuk jenis A

y= banyaknya karung pupuk jenis B

maka fungsi obektifnya adalah 15.000$x + 12.500y = z$ dan fungsi kendalanya adalah:

$$12x + 3y \geq 24$$

$$6x + 6y \geq 28$$

$$3x + 10y \geq 26$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

b. Menentukan titik potong garis:

$12x + 3y = 24$

x	y
0	8
2	0

$6x + 6y = 28$

x	y
0	$\frac{28}{6}$
$\frac{28}{6}$	0

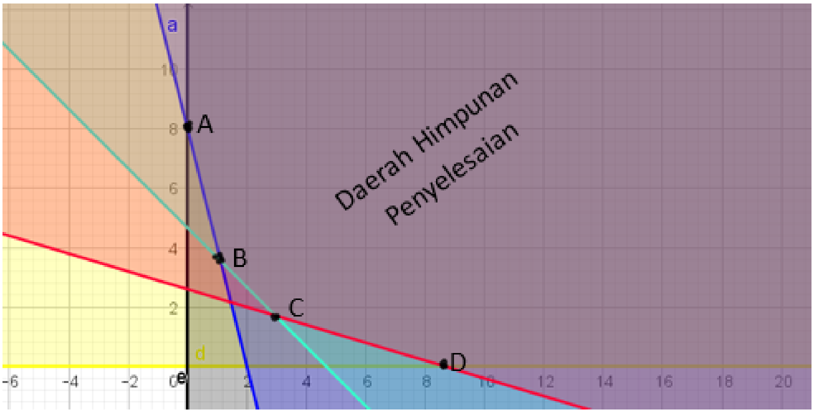
$3x + 10y = 26$

x	y
0	$\frac{26}{10}$
$\frac{26}{3}$	0

Berdasarkan ketiga tabel tersebut diatas, maka diperoleh titik-titik potong pada tiga persamaan garis di atas adalah sebagai berikut:

1. Untuk garis $12x + 3y = 24$ titik-tik potongnya adalah (0,8) dan (2,0)
2. Untuk garis $6x + 6y = 28$ titik-tik potongnya adalah $(0,\frac{28}{6})$ dan $(\frac{28}{6},0)$
3. Untuk garis $12x + 3y = 24$ titik-tik potongnya adalah $(0,\frac{26}{10})$ dan $(\frac{26}{3},0)$

Berdasarkan titik-titik potong yang ada tersebut, maka dibuatlah



Gambar 9.1: Daerah Himpunan Penyelesaian

Berdasarkan gambar 1 di atas, maka titik-titik pojok yang mewakili daerah penyelesaian adalah titik A, B,C dan D.

Titik potong A adalah (0,8)

Titik potong B adalah ($\frac{10}{9}, \frac{32}{9}$)

Titik potong C adalah ($\frac{62}{21}, \frac{24}{12}$)

Titik potong D adalah ($\frac{26}{3}$, 0)

Sehingga:

Tabel 9.1: Perhitungan Nilai Minimal Dengan Titik Pojok

Titik pojok	$15.000x + 12.500y = z$
A(0,8)	15.000(0)+12.500(8)=100.000
B($\frac{10}{9}, \frac{32}{9}$)	15.000($\frac{10}{9}$)+12.500($\frac{32}{9}$)=$\frac{550.000}{9} = 61.111$
C ($\frac{62}{21}, \frac{24}{12}$)	15.000($\frac{62}{21}$)+12.500($\frac{24}{12}$)= 69.285,71
D($\frac{26}{3}$, 0)	15.000($\frac{26}{3}$)+12.500(0)= 130.000

Berdasarkan tabel di atas, dapat ditarik kesimpulan bahwa supaya petani tersebut mengeluarkan biaya seminimal mungkin dan kebutuhan sawahnya akan unsur tersebut adalah Rp61.111,00 dengan membeli Pupuk jenis A, $\frac{10}{9}$ karung dan $\frac{32}{9}$ jenis pupuk B.

Bentuk lain dari penerapan matematika dalam bidang pertanian adalah membantu petani dalam menentukan jarang tanam atau jarak lobang tanam yang satu dengan yang lainnya. Dengan adanya konsep matematika tentang ukuran jarak, maka para petani dapat menggunakan hal tersebut untuk digunakan dalam pertanian, (Widiani, 2019). Dari hal ini, kita dapat memahami bahwa jarak lobang tanam sangat penting untuk diperhatikan oleh petani karena dapat mempengaruhi hasil yang taaman tersebut. Jarak lobang tanam mempengaruhi kebutuhan nutrisi taman tersebut, semakin normal suatu jarak antara tanaman yang satu dengan yang lainnya akan memudahkan tanaman untuk bertumbuh dan berkembang secara maksimal.

Hal yang sama tentang hubungan matematika dengan lingkungan dalam bidang pertanian, juga terlihat dari penggunaan matematika dalam membantu membuat pemodelan matematika infiltrasi air pada saluran irigasi, seperti hasil penelitian (Manaqib, 2017) bahwa analasis infiltrasi dengan percobaan labolatorium sangat sulit dan mahal karena proses infiltrasi air dalam tanah sangat kompleks. Pemodelan matematika adalah opsi lain yang dapat digunakan dalam hal ini pemodelan matematika infiltrasi air pada saluran irigasi alur trapesium. Model matematika ini berbentuk Masalah Syarat Batas (MSB) dengan domain penampang melintang saluran irigai dengan alur tertutup dan terbatas. Persamaan pengaturnya berasal dari Persamaan Richard. Ini kemudian diubah menjadi Persamaan Helmholtz termodifikasi menggunakan tranformasi Kirchoff dan variabel tak berdimensi, sementara syarat batas campuran Neuman dan Robin.

Matematika dengan Lingkungan Budaya Masyarakat

Matematika merupakan bagian dari lingkungan masyarakat yang digunakan dalam suatu etnis tertentu. Peneliti-peneliti terdahulu sudah banyak mengidentifikasi penggunaan matematika dalam suatu kelompok tertentu. Pengunaannya itu seperti berkaitan dengan rumah adat, karya seni, adat istiadat, dan lain sebagainya. Penggunaan matematika yang sudah sejak lama oleh nenek moyang kita dalam suatu budaya itu, terkadang mereka tidak menyadari bahwa sebenarnya yang mereka terapkan itu adalah konsep matematika. Tetapi dari hal ini, kita dapat memahami bahwa ternyata jauh sebelumnya mereka sudah menerapkan konsep matematika dalam lingkungan mereka. Penggunaan konsep matematika dalam suatu kelompok disebut sebagai etnomatematika.

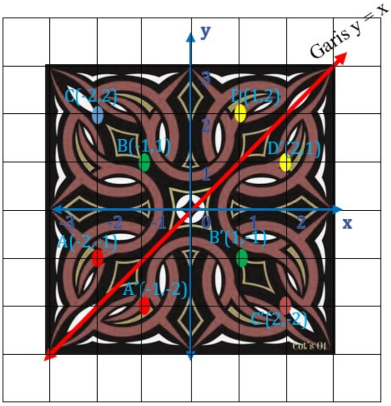
Etnomatematika memiliki peranan yang sangat penting dalam perkembangan suatu budaya masyarakat. Hal ini didukung dengan banyaknya aktivitas suatu lingkungan masyarakat yang tidak terpisahkan dari konsep matematika di dalamnya. Di Indonesia yang kaya akan budaya dari berbagai suku, banyak ditemukan etnomatematika seperti riset yang dilakukan oleh (Remme & Ba'ru, 2020) bahwa

"*Toraja carving is rich in mathematical concepts, especially geometric concepts, this is because in Toraja carving there are many geometric concepts such as squares, rectangles, triangles, and so on. This fact shows that the concepts of mathematics, especially geometry have been used by our ancestors since ancient time*".

Hal ini berarti bahwa Ukiran Toraja kaya akan konsep matematika terutama konsep geometri, hal ini dikarenakan dalam ukiran Toraja banyak terdapat konsep geometri seperti persegi, persegi panjang, segitiga, dan lain sebagainya. Kenyataan ini menunjukkan bahwa konsep matematika khususnya geometri sudah digunakan oleh nenek moyang kita sejak jaman dahulu. Selanjutnya, penelitian yang dilakukan oleh (Zayyadi, n.d.) menyatakan bahwa konsep-konsep matematika yang terdapat pada motif Batik Madura adalah: garis lurus, garis lengkung, garis sejajar, simetri, titik, sudut, persegi panjang, segitiga, lingkaran, jajargenjang dan konsep kesebangunan. Konsep-konsep matematika yang terdapat motif batik Madura tersebut dapat dimanfaatkan untuk memperkenalkan dan memahami konsep matematika melalui budaya lokal. Hal yang sama seperti yang dilakukan oleh (Rusliah, 2016) permainan tradisonal anak "ingkekingkek" yang diterapkan dalam pembelajaran berhasil membawa materi matematika lebih mudah dipelajari yaitu materi pengenalan angka, bangun datar dan probabilitas ke dalam dunia keseharian anak yang menyenangkan, serta sesuai kehidupan sosial budaya di wilayah kerapatan adat Koto Tengah Kota Sungai Penuh Propinsi Jambi. Penemuan konsep-konsep matematika seperti yang dimiliki juga oleh rumah adat Bajawa Nusa Tenggara Timur bahwa desain rumah adat Bajawa atau Ngada terdapat aktivitas fundamental menurut Bishop diantaranya aktivitas mengukur, menghitung, dan mendesain atau rancang bangun. Selain itu, juga terdapat aspek-aspek matematis pada rumah adat Bajawa (Sa'o) yakni konsep atau unsur- unsur geometri yang terdapat pada desain rumah adat Bajawa (Ngada) yaitu konsep bangun datar dan sifat refleksi atau pencerminan pada relief ukiran, (Safitri & Priscilla, 2022).

Hasil-hasil penelitian yang dikemukakan di atas, hanya merupakan bagian kecil saja dari banyaknya penggunaan konsep matematika dalam lingkungan masyarakat khususnya di Indonesia. Indonesia merupakan salah satu negara yang kaya dengan budaya yang di dalamnya sarat dengan konsep matematika. Penulis terbatas dalam mengidentifikasi contoh konsep matematika yang digunakan dalam setiap budaya masyarakat Indonesia yang terdiri dari ribuan pulau. Dari pemahaman ini, kita dapat mengambil kesimpulan bahwa ternyata matematika ada dalam lingkungan budaya masyarakat, apakah itu melalui bentuk karya seni, permainan tradisional, rumah adat, makanan, dan lain sebagainya.

Berikut contoh penggunaan matematika dalam budaya suatu daerah, khususnya daerah Toraja. Ukiran Toraja merupakan budaya yang diturunkan dari generasi kegenerasi yang mengandung banyak makna dan aturan hidup yang mau disampaikan oleh generasi pendahulu ke generasi penerus dalam tatanan masyarakat Toraja. Jika karya seni tersebut diperhatikan dengan jelas sungguh mengandung nilai matematika yang sudah digunakan oleh nenek moyang orang Toraja sejak ditemukannya jenis ukiran tersebut.



Gambar 9.2: Pencerminan ukiran *Pa'kapu' baka* terhadap garis y=x

Berdasarkan gambar 2 di atas, karya seni ukiran Toraja tersebut memenuhi konsep-konsep matematika terlebih khusus pada konsep geometri transformasi.

Dari beberapa riset diatas yang menunjukkan bahwa konsep matematika memiliki hubungan yang erat bahkan ditemukan dalam lingkungan budaya suatu kelompok. Ini menunjukkan bahwa matematika tidak jauh dari lingkungan hidup manusia, walau terkadang yang terjadi bahwa kita mungkin kurang menyadari bahwa itu adalah bagian dari matematika.

Daftar Pustaka

Farhan, M. M., & Subhan, M. (2024). *Model Matematika Pemanasan Global Pada Kehidupan Pesisir*. Jurnal Lebesgue : Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika Dan Statistika, 5(2), Article 2. https://doi.org/10.46306/lb.v5i2.614

ITERA, F. S. (2022, March 21). *Matematika ITERA Bahas Pentingnya Matematika dalam Dinamika Iklim dan Lingkungan*. Fakultas Sains ITERA. https://fs.itera.ac.id/matematika-itera-bahas-pentingnya-matematika-dalam-dinamika-iklim-dan-lingkungan/

Manaqib, M. (2017). *Pemodelan Matematika Infiltrasi Air pada Saluran Irigasi Alur*. Jurnal Matematika MANTIK, *3*(1), Article 1. https://doi.org/10.15642/mantik.2017.3.1.23-29

Matematika Menurut Para Ahli. (2017, December 25). *Cerdas Matematika*. https://mathirfanely.wordpress.com/matematika-menurut-para-ahli/

Nugraheni, Z. (2024). *Integrasi Environmental Education Pada Pembelajaran Matematika Sebagai Mitigasi Ancaman Perubahan Iklim*. IMEJ : Indonesian Mathematics Education Journal, 1(1), Article 1. https://doi.org/10.21154/imej.v1i01.10

Ramdani, Y. (2006). *Kajian Pemahaman Matematika Melalui Etika Pemodelan Matematika*. MIMBAR : Jurnal Sosial Dan Pembangunan, 22(1), 1–14. https://doi.org/10.29313/mimbar.v22i1.198

Remme, B. V., & Ba'ru, Y. (2020). *Geometric Exploration in Toraja Carving*. Matematika Dan Pembelajaran, 8(2), 122–132.

Rusliah, N. (2016). *Pendekatan Etnomatematika dalam Permainan Tradisional Anak di Wilayah Kerapatan Adat Koto Tengah Kota Sungai Penuh Propinsi Jambi*. *COMMUNITY ENGAGEMENT*, 12.

Safitri, B. I. D., & Priscilla, B. C. (2022). *Analisis Aspek Matematika dalam Rumah Adat Bajawa Nusa Tenggara Timur*. PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika, 5, 492–499.

Siagian, M. D. (2016). *Kemampuan Koneksi Matematik Dalam Pembelajaran Matematika*. *2*(1), 10.

Siregar, R. M. R., & Dewi, I. (2022). Peran Matematika dalam Kehidupan Sosial Masyarakat. Scaffolding: Jurnal Pendidikan Islam Dan Multikulturalisme, 4(3), Article 3. https://doi.org/10.37680/scaffolding.v4i3.1888

Widiani, Y. (2019). *Matematika dan Lingkungan*. Jurnal Equation: Teori dan Penelitian Pendidikan Matematika, 2(1), 39. https://doi.org/10.29300/equation.v2i1.2309

Yusem, B., Arismunandar, A., & Anshari, A. (2024). Practical Teaching Materials for Transformational Geometry Based on Visuals Ethnomathematics for SMA Toraja Class IX. *Asian Journal of Education and Social Studies*, *50*(5), 531–539.

Zayyadi, M. (n.d.). *Eksplorasi Etnomatematika Pada Batik Madura*. 6.

Profil Penulis

Yusem Ba'ru, S.Pd., M.Pd.

Penulis merupakan anak ke tujuh dari sepuluh bersaudara yang memasuki jenjang pendidikan formal pada tingkat Sekolah Dasar pada tahun 1995 dan tamat pada tahun 2001, kemudian pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan pada jenjang SLTP dan lulus tahun 2004, selanjutnya penulis memasuki pendidikan menengah atas dan lulus tahun 2007. Setahun kemudian, penulis melanjutkan pendidikan tinggi dengan mengambil jurusan pendidikan matematika pada program studi pendidikan matematika UKI Toraja tempat penulis mengabdi sebagai tenaga pengajar saat ini. Setelah lulus pada jenjang S1, pada tahun 2012, , penulis diberi kesempatan untuk melanjutkan Pendidikan S2 dengan jurusan yang sama pada Program Pascasarjana Universitas Negeri Makassar.

Setelah beberapa tahun mengajar tepatnya tahun 2020, penulis kembali melanjutkan studi ke jenjang S3 pada Program Pascasarjana Universitas Negeri Makassar dengan mengambil jurusan Ilmu pendidikan. Sejak tahun 2012 hingga sekarang, penulis tercatat sebagai dosen pada Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Kristen Indonesia Toraja. Penulis aktif pada kegiatan-kegiatan ilmiah, diantaranya sebagai penulis di bidang Pendidikan khususnya Pendidikan Matematika.

10

MATEMATIKA DALAM DESAIN DAN KONSTRUKSI BANGUNAN: ESTIMASI WAKTU PEMANCANGAN

Hasan Marzuki, SPd,M.T
UIN Raden Fatah Palembang

Sejarah Perkembangan Matematika

Matematika dan konstruksi adalah dua bidang yang sangat penting dalam perkembangan peradaban manusia. Keduanya telah berinteraksi dan berkembang secara bersamaan sepanjang sejarah, memengaruhi cara kita membangun struktur dan memahami dunia di sekitar kita. Matematika memiliki sejarah panjang yang dimulai sejak peradaban awal. Berikut adalah garis besar perkembangan matematika dari zaman kuno hingga era modern:

1. **Matematika Kuno**

    - **Mesopotamia (3000 SM - 500 SM):** Peradaban Mesopotamia, khususnya Babilonia dan Sumeria, adalah salah satu yang pertama menggunakan matematika untuk tujuan praktis. Mereka mengembangkan sistem bilangan berbasis 60, yang masih mempengaruhi pembagian waktu dan sudut hingga kini (Robson, 2008).

    - **Mesir Kuno (3000 SM - 30 SM):** Matematika Mesir Kuno termasuk sistem bilangan berbasis desimal dan geometri praktis untuk konstruksi piramida dan tanah. Pengetahuan ini dituangkan dalam teks seperti "Papyrus Rhind" yang mencatat berbagai teknik matematis (Krupp, 1994).

2. **Matematika Yunani Kuno**

   - **Pythagoras (570 SM - 495 SM):** Pythagoras adalah salah satu matematikawan terkenal dari Yunani Kuno yang dikenal dengan Teorema Pythagoras. Kontribusinya pada teori bilangan dan geometri sangat berpengaruh dalam matematika klasik (Heath, 1956).
   - **Euclid (300 SM):** Euclid menulis "Elemen," sebuah karya penting yang menyusun teori geometri secara sistematis. Karya ini menjadi dasar pembelajaran geometri selama berabad-abad (Heath, 1956).

3. **Matematika di Timur Tengah dan India**

   - **Al-Khwarizmi (sejak 780 - 850):** Al-Khwarizmi, seorang matematikawan Persia, dikenal sebagai "bapak aljabar" dan karyanya "Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala" memperkenalkan konsep aljabar (Rashed, 2000).
   - **Brahmagupta (598 - 668):** Brahmagupta adalah matematikawan India yang menulis "Brahmasphutasiddhanta," yang mencakup aritmatika dan aljabar, termasuk aturan untuk operasi dengan angka negatif (Kaye, 1986).

4. **Matematika Modern**

   - **Isaac Newton (1643 - 1727) dan Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716):** Kedua matematikawan ini secara mandiri mengembangkan kalkulus, yang mengubah cara kita memahami perubahan dan memungkinkan kemajuan signifikan dalam sains dan teknik (Bell, 1937).
   - **Georg Cantor (1845 - 1918):** Cantor mengembangkan teori himpunan dan konsep bilangan transendental, yang memperluas pemahaman kita tentang ukuran dan jenis bilangan (Dauben, 1990).

Sejarah Perkembangan Konstruksi

Konstruksi adalah seni dan ilmu merancang serta membangun struktur. Berikut adalah perkembangan utama dalam sejarah konstruksi:

1. **Konstruksi Kuno**
    - **Mesopotamia dan Mesir Kuno:** Peradaban ini membangun struktur monumental seperti ziggurat di Mesopotamia dan piramida di Mesir. Teknik konstruksi mereka melibatkan penggunaan batu besar dan mortar (Krupp, 1994).
    - **Yunani dan Romawi Kuno:** Bangsa Yunani mengembangkan kolom dan struktur seperti kuil Parthenon, sementara Romawi memperkenalkan teknik baru seperti beton dan lengkungan, terlihat dalam Colosseum dan aqueducts (Lancaster, 2005).
2. **Abad Pertengahan**
    - **Katedral Gothic:** Katedral Gothic, seperti Notre-Dame di Paris, adalah contoh penting dari teknik konstruksi abad pertengahan yang menggunakan lengkungan runcing dan jendela kaca patri untuk menciptakan ruang yang megah dan terang (Hollis, 1997).
3. **Revolusi Industri dan Era Modern**
    - **Revolusi Industri:** Perkembangan teknik baru seperti baja dan beton bertulang memungkinkan pembangunan struktur yang lebih besar dan lebih tinggi, termasuk jembatan, gedung pencakar langit, dan infrastruktur (Hassall, 2012).
    - **Bangunan Kontemporer:** Era modern telah melihat kemajuan dalam teknik konstruksi dengan penggunaan teknologi komputer, desain berbantuan komputer (CAD), dan material inovatif untuk menciptakan bangunan yang lebih efisien dan ramah lingkungan (Levy & Salvadori, 2014).

Sejarah perkembangan matematika dan konstruksi menunjukkan bagaimana kedua bidang ini telah saling mempengaruhi dan berkembang seiring waktu. Dari peradaban kuno hingga era modern, matematika telah memainkan peran penting dalam desain dan pelaksanaan konstruksi, sementara inovasi dalam konstruksi telah memungkinkan penerapan teori matematika dalam skala yang lebih besar. Pemahaman sejarah ini memberikan wawasan penting tentang bagaimana kita dapat melanjutkan kemajuan dalam kedua bidang ini. Pada buku ini kami akan memberikan salah satu penjelasan tentang bagaimana mengaplikasikan ilmu matematika dalam salah satu teknik metode penjadwalan konstruksi bangunan beton bertulang. Dengan demikian perlu kami bwrikan deskripsi mengenai bagaimana metode pelaksanaan konstruksi sebagai bagian dari bab managemen konstruksi.

***Triple Constraint* dalam Manajemen Konstruksi**

Bila salam matematika kita mengenal Trigonometri maka dalam konstruksi kita mengenal *triple constraint*. Konsep *Triple Constraint* juga dikenal sebagai Tiga Kendala Proyek, adalah dasar dari manajemen proyek yang mencakup tiga elemen utama: biaya, mutu dan waktu dan seringkali diakronimkan sebagai BMW. Dalam konteks manajemen pelaksanaan konstruksi bangunan gedung, pengelolaan ketiga elemen ini adalah kunci untuk mencapai kesuksesan proyek. Buku *Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling, and Controlling* oleh Harold Kerzner memberikan panduan mendalam tentang bagaimana manajer proyek dapat mengelola ketiga kendala ini untuk memastikan bahwa proyek selesai tepat waktu, sesuai anggaran, dan memenuhi standar kualitas yang ditetapkan.

1. Biaya **(Cost)**
   Biaya adalah elemen kedua dari *Triple Constraint* setelah mutu, yang mencakup semua pengeluaran yang diperlukan untuk menyelesaikan proyek. Di Indonesia biaya menjadi elemen nomer satu dalam menentukan mulai dan tidaknya suatu proyek konstruksi. Ini termasuk biaya bahan, tenaga kerja, peralatan, dan overhead lainnya. Kerzner (2017) menjelaskan bahwa pengelolaan biaya proyek melibatkan perencanaan anggaran, pemantauan pengeluaran, dan kontrol biaya. Penting untuk memiliki sistem anggaran yang akurat dan melaksanakan kontrol yang efektif untuk mencegah overspending atau pembengkakan biaya.

2. **Mutu (Quality)**
   Kualitas mencakup standar dan spesifikasi yang harus dipenuhi oleh hasil proyek. Dalam konstruksi bangunan gedung, ini melibatkan kepatuhan terhadap spesifikasi teknis, keamanan, dan standar estetika. Kerzner (2017) menjelaskan bahwa manajemen kualitas memerlukan perencanaan kualitas, pengendalian kualitas, dan penjaminan kualitas untuk memastikan bahwa produk akhir memenuhi atau melampaui harapan pelanggan.
3. **W**aktu **(Time)**
   Waktu merupakan salah satu elemen dalam *Triple Constraint* yang mencakup durasi proyek dari awal hingga akhir. Dalam manajemen pelaksanaan konstruksi, waktu tidak hanya mencakup waktu penyelesaian proyek tetapi juga penjadwalan aktivitas dan manajemen keterlambatan. Kerzner (2017) menekankan pentingnya perencanaan jadwal yang rinci dan pemantauan kemajuan proyek secara terus-menerus untuk memastikan bahwa proyek tidak mengalami keterlambatan yang dapat mempengaruhi keseluruhan timeline

Kerzner (2017) menjelaskan bahwa ketiga elemen *Triple Constraint* saling terkait dan mempengaruhi satu sama lain. Misalnya, perubahan dalam satu elemen sering memerlukan penyesuaian dalam elemen lainnya. Jika standar mutu ditingkatkan maka dapat mempengaruhi bertambahnya waktu bahkan biaya dalam konstruksi. Sebaliknya mepersingkat waktu dapat meminimalkan biaya dari sisi operasional proyek konstruksi dengan konsekuensi pengendalian mutu yang ketat. Oleh karena itu, manajer proyek harus menyeimbangkan ketiga elemen ini dengan hati-hati untuk mencapai hasil proyek yang diinginkan. Dalam pengensalian waktu proyek terdapat konsep matematika yang dapat diaplikasikan khususnya deret.

Proposisi dalam Manajemen Konstruksi

Matematika merupakan ilmu yang menterjemahkan logika yang merupakan studi penalaran (*reasoning*). Menurut munir :2016 bahwa penalaran merupakan cara berpikir dengan mengembangkan akal dan budi, bukan hasil dari perasaan atau pengalaman. Desain Konstruksi bangunan merupakan wujud dari penalaran yang logis sehingga tidak terpisahkan dengan penerapan ilmu matematika. Matematika terkait erat dalam dunia desain konstruksi bangunan. Mulai dari perencanaan bentuk geometri, perhitungan volume, rekayasa kekuatan konstruksi, hingga pendekatan secara numerik menggunakan perangkat komputer. Didalam bab ini kami akan menyinggung sebagian kecil teori matematika dalam desain konstruksi bangunan.

Konsep Proposisi terdapat didalam metode pelaksanaan konstruksi struktur bangunan beton bertulang. Dalam ilmu matematika terdapat kalimat yang bernilai benar atau salah yang digunakan dalam penalaran. Kalimat tersebut dinamakan proposisi. Proposisi adalah satu kalimat deklaratif yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), dan tidak dapat keduanya. Kebenaran dari kalimat tersebut dinilai dari fakta fenomenanya. Proposisi dapat diaplikasikan kedalam metode pelaksanaan konstruksi beton pada bangunan gedung sebagai urutan tahapan pelaksanaan mulai dari pembesian, pemasangan/pembukaan perancah dan bekisting, hingga pengecoran dan curing beton. Contoh kalimat proposisi dalam desain konstruksi sebagai berikut :

1. Pekerjaan Pembesian kolom dapat dimulai setelah pekerjaan perancah dan bekisting kolom selesai.
2. Pekerjaan perancah dan bekisting balok dan pelat dapat dimulai setelah pekerjaan pembesian balok dan pelat selesai.
3. Pekerjaan perancah dan bekisting kolom dapat dimulai setelah pekerjaan pembesian kolom selesai.
4. Pekerjaan Pengecoran beton kolom dapat dilaksanakan setelah pekerjaan perancah dan bekisting kolom selesai.

Semua pernyataan diatas merupakan proposisi. Proposisi a dan b bernilai salah. Proposisi. c dan d bernilai benar. Nilai proposisi tersebut sesuai dengan kaidah serta tahapan metode pelaksanaan konstruksi bangunan gedung beton bertulang.

Dalam manajemen konstruksi, perencanaan dan pengendalian jadwal proyek adalah kunci untuk memastikan bahwa proyek selesai tepat waktu dan sesuai anggaran. Salah satu aspek penting dalam perencanaan jadwal adalah memahami berbagai jenis hubungan antara aktivitas yang merupakan proposisi, yaitu *Finish-to-Start (FS)*, *Start-to-Start (SS)*, *Finish-to-Finish (FF)*, dan *Start-to-Finish (SF)*. Konsep-konsep ini membantu dalam mengatur urutan aktivitas dan mengelola ketergantungan antar aktivitas dalam proyek konstruksi.

1. **Finish-to-Start (FS)**

   Finish-to-Start (FS) adalah jenis hubungan antara dua aktivitas di mana aktivitas yang satu harus selesai sebelum aktivitas lainnya dapat dimulai. Ini adalah jenis ketergantungan yang paling umum digunakan dalam manajemen proyek (PMI, 2013). Misalnya, dalam proyek konstruksi, pekerjaan pemasangan atap (Aktivitas B) tidak dapat dimulai sampai pekerjaan struktur atap (Aktivitas A) selesai. Dalam hal ini, Aktivitas B bergantung pada penyelesaian Aktivitas A sebelum bisa dimulai. Menurut PMI (2013), "Finish-to-Start adalah hubungan default dalam penjadwalan proyek di mana aktivitas sebelumnya harus selesai sebelum aktivitas berikutnya dapat dimulai.

2. **Start-to-Start (SS)**

   Start-to-Start (SS) adalah jenis hubungan antara dua aktivitas di mana aktivitas yang satu harus dimulai sebelum aktivitas lainnya dapat dimulai. Ini berarti kedua aktivitas dapat berlangsung bersamaan tetapi salah satu harus memulai terlebih dahulu (Kerzner, 2017). Dalam proyek konstruksi, pekerjaan pengecatan (Aktivitas B) bisa dimulai hanya setelah pekerjaan pemasangan dinding (Aktivitas A) mulai dilakukan. Pengecatan dapat dimulai bersamaan dengan proses pemasangan dinding, tetapi tidak mungkin menyelesaikan pengecatan sebelum pemasangan dinding dimulai. Kerzner (2017) menjelaskan bahwa "Start-to-Start adalah jenis hubungan di mana aktivitas satu harus dimulai sebelum aktivitas lainnya dapat dimulai, memungkinkan kedua aktivitas berlangsung bersamaan dalam beberapa kapasitas".

3. **Finish-to-Finish (FF)**

   Finish-to-Finish (FF) adalah jenis hubungan di mana aktivitas yang satu harus selesai sebelum aktivitas lainnya dapat selesai. Ini menunjukkan bahwa aktivitas-aktivitas tersebut harus selesai secara bersamaan atau aktivitas yang satu memerlukan penyelesaian aktivitas lainnya (PMI, 2013). Misalnya, dalam proyek konstruksi, pekerjaan pengujian sistem (Aktivitas B) tidak dapat selesai sampai pekerjaan instalasi sistem (Aktivitas A) selesai. Pengujian sistem bisa dilakukan bersamaan dengan proses instalasi, tetapi pekerjaan pengujian hanya dapat dianggap selesai setelah instalasi sistem sepenuhnya selesa. Menurut PMI (2013), "Finish-to-Finish adalah hubungan di mana aktivitas satu harus selesai sebelum aktivitas lainnya dapat selesai, memastikan bahwa penyelesaian aktivitas kedua tergantung pada penyelesaian aktivitas pertama".

4. **Start-to-Finish (SF)**

   Start-to-Finish (SF) adalah jenis hubungan di mana aktivitas yang satu harus dimulai sebelum aktivitas lainnya dapat selesai. Ini adalah hubungan yang paling jarang terjadi dan biasanya digunakan dalam konteks tertentu di mana aktivitas harus bergantung pada waktu dimulainya aktivitas lain (Kerzner, 2017). Misalnya, dalam proyek konstruksi, pekerjaan pemeliharaan (Aktivitas B) tidak dapat dianggap selesai sampai pekerjaan penggantian mesin (Aktivitas A) dimulai. Dalam hal ini, pemeliharaan harus ditunda sampai penggantian mesin mulai dilakukan. Kerzner (2017) mencatat bahwa "Start-to-Finish adalah hubungan yang tidak umum di mana aktivitas yang satu harus dimulai sebelum aktivitas lainnya dapat dianggap selesai, sering digunakan dalam kondisi tertentu".

Dalam manajemen konstruksi, fenomena yang terjadi merupakan proposisi benar (true) sesuai dengan salah satu dari empat kategori peristiwa *Finish-to-Start (FS)*, *Start-to-Start (SS)*, *Finish-to-Finish (FF)*, dan *Start-to-Finish (SF)*. Masing-masing peristiwa tersebut memiliki alokasi biaya, target mutu sesuai dengan spesifikasi serta waktu yang dibutuhkan bagi setiap jenis pekerjaan. Berdasar dari pengalaman penulis selama 12 tahun berkarya sebagai Project manager dari perusahaan kontraktor terdapat dua hal yang harus dipastikan. Pertama: adalah metode pelaksanaan konstruksi yang ketat sesuai dengan target mutu dan spesifikasi dalam kontrak. Kedua, adalah ketepatan waktu pelaksanaan konstruksi menggunakan sumberdaya yang paling efisien untuk memastikan target penyelesaian tercepat. Deret adalah aplikasi ilmu matematika berikutmya setelah proposisi.

Deret Aritmatika dalam Penjadwalan Konstruksi

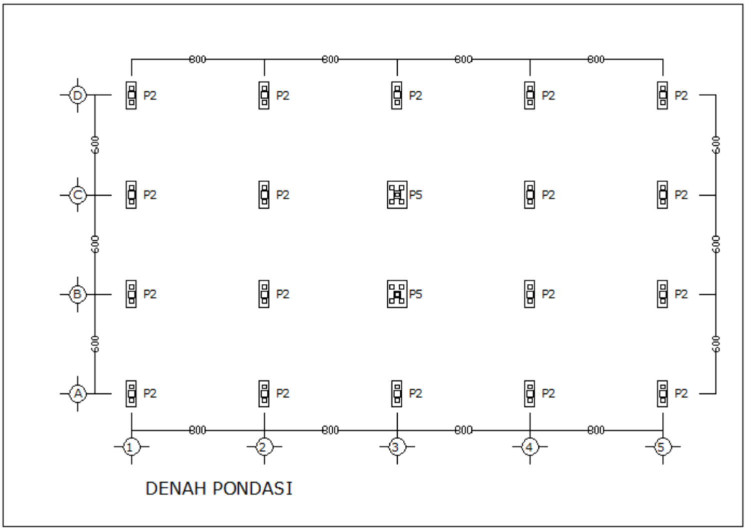
Menurut Stewart:2015 bahwa Deret aritmatika adalah deret angka dimana perbedaan antara setiap dua suku berturut-turut adalah konstan. Konstanta dusini dinamakan beda (d). Deret ini dapar didefinisikan sebagai a, a+d, a+2d, a+3d, …. Dimana a adalah suku pertama dan d adalah beda.

Jumlah n suku pertama deret aritmatika dapat dihitung dengan rumus :

Sn= $\frac{n}{2}$ $(2a + (n-1)d)$ atau

Sn= $\frac{n}{2}$ (a+l) dimana l adalah suku terakhir dari deret tersebut

Teori deret aritmatika dapat diaplikasikan didalam penjadwalan konstruksi dimana d sebagai nilai beda yang dapat diterjemahkan sebagai jumlah hari dari setiap urutan pelaksanaan metode pekerjaan konstruksi bangunan. Urutan metode pelaksanaan konstruksi struktur bangunan gedung beton bertulang 2 lantai secara umum antara lain: Pekerjaan tiang pancang, pekerjaan pile cap, pekerjaan sloof, pekerjaan kolom lantai 1, pekerjaan balok dan pelat lantai2, pekerjaan kolom lantai 2, pekerjaan ring balok, pekerjaan rangka atap. Berikut akan kita simulasikan deret aritmatika dalam metode pelaksanaan konstruksi pondasi bangunan gedung berukuran 32x24 m^2. Bangynan terdiri atas modul 8x6 meter dengan lima as dan empat sumbu. Pondasi bangunan terdiri atas dua jenis dimana P2 merupakan pondasi dengan dua square minipile berukuran 25x25cm dan P5 merupakan pondasi dengan lima square minipile berukuran 25x25cm. Kedalaman tiang pancang sampai pada tanah keras sedalam 47 meter. Gambar desain pondasi bangunan sebagai berikut:



Gambar 10.1: Denah rencana pondasi

Berdasarkan gambar 10.1 diatas maka perlu diketahui bahwa terdapat beberapa kondisi dalam pelaksanaan konstruksi sebagai berikut:

1. Akses lokasi hanya dari sisi selatan bangunan (bagian bawah dari gambar5.1)
2. Alat pancang drophammer model triport atau lego-lego
3. Tiang pancang sqareminipile ukuran 25x25cm panjang 6 meter singleplate dan doble plate
4. Kekuatan tanah keras pada sondir ringan sebesar 250 kg/cm².
5. Pengujian PDA test dilaksanakan 3 titik.

Menurut siregar (2015), Dropphammer Legolego adalah sebuah alat pancang yang mengandalkan gaya gravitasi untuk memukul dan menancapkan tiang ke dalam tanah. Alat ini terdiri dari dua bagian utama: hammer (palu) dan legolego (struktur penopang). Hammer dijatuhkan dari ketinggian tertentu untuk memberikan tenaga yang cukup agar tiang bisa tertanam dengan baik. Keberhasilan pemasangan tergantung pada berat hammer, ketinggian jatuh, dan karakteristik tanah di lokasi pekerjaan. Gambar alat pancang drophammer bersumber dari https://an.web.indotrading.com/product/alat-pancang-trypod sebagai berikut:

Gambar 10.2: drophammer

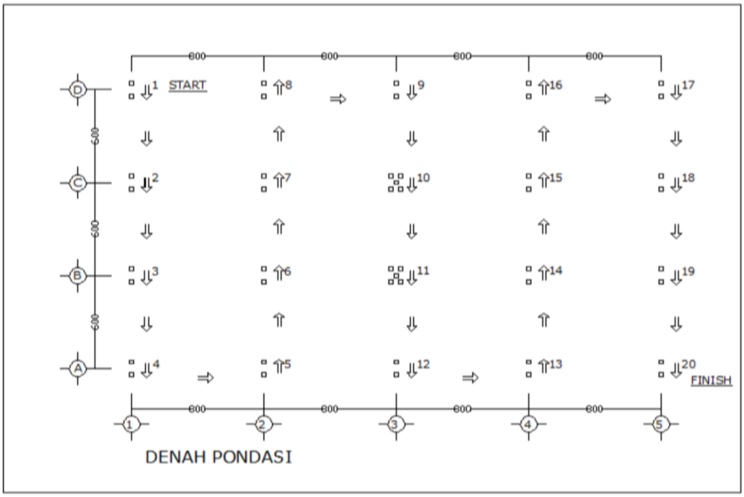
Secara umum, proses kerja alat ini adalah sebagai berikut:

1. **Persiapan:** Tiang pancang ditempatkan pada posisi yang telah ditentukan.
2. **Pengaturan Hammer:** Hammer (pal) diatur pada ketinggian tertentu di atas tiang.
3. **Pemancangan:** Hammer dijatuhkan dengan gaya gravitasi untuk memberikan pukulan yang diperlukan agar tiang dapat tertanam dengan baik.

Dalam metode pelaksanaan konstruksi pekerjaan tiang pancang dilapangan seringkali ditemukan fenomena khusus. Banyak ditemukan tenaga kerja dilapangan yang berpengalaman dan bersedia dibayar dengan upah yang lebih rendah seringkali memiliki tingkat pendidikan yang minim. Sedangkan tingkat pendidikan yang minim mengharuskan site manager menggunakan informasi dalam bentuk yang sesederhana mungkin. Matematika dalam hal ini konsep deret aritmatika dibantu dengan program office Ms Exell dapat menjadi solusi dilapangan.

Berikut ini adalah metode pelaksanaan konstruksi berdasarkan pengalaman penulis selama lebih dari 12 tahun. Langkah awal setelah melakukan pembersihan serta pemagaran lahan proyek adalah melaksanakan pengukuran autset dan pemasangan papan bowplank sebagai acuan elevasi nol lantai dan As (1s/d5) serta Sumbu (A s/d D) bangunan sesuai gambar 5.1. Memilih tiga titik PDA test antara lain titik 1D, titik 3B dan titik 5A yang merupakan lintasan diagonal bangunan. Langkah selanjutnya adalah menentukan As dan Sumbu 1D sebagai titik awal pekerjaan pondasi tiang pancang. Hal tersebut dimaksudkan untuk memudahkan pergerakan mesin drophammer dalam melakukan pemancangan serta penarikan material tiang pancang dari sisi selatan bangunan.

Untuk mempermudah metode pelaksanaan tersebut maka manager lapangan dapat menggambarkannya sebagai berikut:



Gambar 10.3: Arah kerja mesin pancang drophammer

Berdasarkan gambar 5.3 maka operator alat pancang drophammer dapat memahami beberapa hal penting. Pertama, operator dapat segera merakit alat segera setelah mobilisasi alat pancang drophammer. Kedua operator alat pancang dapat menentukan berapa kali pengiriman suplay tiang pancang dilakukan. Sebagai contoh dalam satu titik pancang memiliki kedalaman 47 meter maka dibutuhkan 8 minipile yang terdiri 7 minipile doble plate dan 1 minipile single plate. Total titik pancang adalah 46 titik dikali 8 menghasilkan 368 buah squareminipile berukuran 25x25 cm. Tidaklah mungkin mendatangkan 368 tiang pancang sekaligus karena akan memenuhi site sehingga mempersulit ruang gerak alat serta memperbanyak jumlah biaya tagihan material onsite kepada pihak suplayer material tiang pancang. Berdasarkan kapasitas pengangkutan dalam sekali angkut truk tiang pancang mampu mengangkut 32 buah tiang squareminipile 25x25 cm sehingga akan ada 12 kali pengiriman oleh truk pengangkut tiang pancang. Dimana setiap pengiriman terdiri atas 4 minipile singleplate dan 28 minipile dobleplate.

Estimasi Waktu Pemancangan

Estimasi waktu pemancangan minipile 25x25 cm dengan panjang 6 meter dan kedalaman 47 meter sangat bergantung pada kondisi spesifik proyek dan metode yang digunakan. Menurut Siregar (2015) menjelaskan bahwa waktu pemancangan tiang pancang dapat bervariasi berdasarkan jenis alat yang digunakan. Dalam studi kasus dengan alat pancang dan kondisi tanah yang serupa, waktu rata-rata pemancangan minipile dengan kedalaman 47 meter dapat memakan waktu sekitar 1 hingga 3 hari per titik. Siregar menggarisbawahi pentingnya mempertimbangkan kondisi tanah dan penggunaan peralatan yang efisien untuk memperkirakan waktu dengan akurat.

Hadi dan Rizal (2018) menguraikan bahwa waktu pemancangan juga dipengaruhi oleh kedalaman dan diameter tiang pancang. Untuk minipile dengan dimensi 25x25 cm dan panjang 6 meter, waktu rata-rata pemancangan per titik, dengan asumsi penggunaan alat pancang yang memadai, dapat memerlukan waktu antara 2 hingga 4 hari. Hal ini termasuk waktu untuk persiapan dan pemancangan itu sendiri. Nurhadi (2020) menambahkan bahwa faktor-faktor seperti kepadatan tanah, jenis alat pancang, dan efisiensi kerja tim juga mempengaruhi waktu pemancangan. Dalam kondisi tanah yang tidak terlalu keras dan dengan alat pancang yang baik, waktu rata-rata pemancangan minipile dapat berkisar antara 1,5 hingga 3 hari per titik.

Secara keseluruhan, waktu rata-rata pemancangan minipile dengan dimensi 25x25 cm, panjang 6 meter, dan kedalaman 47 meter berkisar antara 1 hingga 4 hari per titik, tergantung pada kondisi tanah, jenis alat yang digunakan, dan efisiensi proses pemancangan. Penting untuk mempertimbangkan semua faktor ini untuk perencanaan waktu yang lebih akurat dalam proyek konstruksi. Bila satu titik minipile sedalam 47 meter sebagaimana penomoran pile pada gambar 5.3 dapat diselesaikan selama 4 hari maka dapat dibuatkan tabel estimasi waktu pemancangan menggunakan deret aritmatika dengan menggunakan Ms.Exell sebagai berikut:

ESTIMASI WAKTU PEMANCANGAN

	Titik		Nomer pile		Tanggal pemancangan		Minipile		Kebutuhan pile		Pengiriman	
No.	As	Sumbu			Mulai	Selesai	single	doble	single	doble	onsite	tanggal
1	1	D	1	a	21-Sep-24	25-Sep-24	1	7	1	7	1	17-Sep-24
				b	26-Sep-24	30-Sep-24	1	7	2	14		
2	1	C	2	a	1-Oct-24	5-Oct-24	1	7	3	21		
				b	6-Oct-24	10-Oct-24	1	7	4	28	2	6-Oct-24
3	1	B	3	a	11-Oct-24	15-Oct-24	1	7	5	35		
				b	16-Oct-24	20-Oct-24	1	7	6	42		
4	1	A	4	a	21-Oct-24	25-Oct-24	1	7	7	49		
				b	26-Oct-24	30-Oct-24	1	7	8	56	3	26-Oct-24
5	2	A	5	a	31-Oct-24	4-Nov-24	1	7	9	63		
				b	5-Nov-24	9-Nov-24	1	7	10	70		
6	2	B	6	a	10-Nov-24	14-Nov-24	1	7	11	77		
				b	15-Nov-24	19-Nov-24	1	7	12	84	4	15-Nov-24
7	2	C	7	a	20-Nov-24	24-Nov-24	1	7	13	91		
				b	25-Nov-24	29-Nov-24	1	7	14	98		
8	2	D	8	a	30-Nov-24	4-Dec-24	1	7	15	105		
				b	5-Dec-24	9-Dec-24	1	7	16	112	5	5-Dec-24
9	3	D	9	a	10-Dec-24	14-Dec-24	1	7	17	119		
				b	15-Dec-24	19-Dec-24	1	7	18	126		
10	3	C	10	a	20-Dec-24	24-Dec-24	1	7	19	133		
				b	25-Dec-24	29-Dec-24	1	7	20	140	6	25-Dec-24
				c	30-Dec-24	3-Jan-25	1	7	21	147		
				d	4-Jan-25	8-Jan-25	1	7	22	154		
				e	9-Jan-25	13-Jan-25	1	7	23	161		
11	3	B	11	a	14-Jan-25	18-Jan-25	1	7	24	168	7	14-Jan-25
				b	19-Jan-25	23-Jan-25	1	7	25	175		
				c	24-Jan-25	28-Jan-25	1	7	26	182		
				d	29-Jan-25	2-Feb-25	1	7	27	189		
				e	3-Feb-25	7-Feb-25	1	7	28	196	8	3-Feb-25
12	3	A	12	a	8-Feb-25	12-Feb-25	1	7	29	203		
				b	13-Feb-25	17-Feb-25	1	7	30	210		
13	4	A	13	a	18-Feb-25	22-Feb-25	1	7	31	217		
				b	23-Feb-25	27-Feb-25	1	7	32	224	9	23-Feb-25
14	4	B	14	a	28-Feb-25	4-Mar-25	1	7	33	231		
				b	5-Mar-25	9-Mar-25	1	7	34	238		
15	4	C	15	a	10-Mar-25	14-Mar-25	1	7	35	245		
				b	15-Mar-25	19-Mar-25	1	7	36	252	10	15-Mar-25
16	4	D	16	a	20-Mar-25	24-Mar-25	1	7	37	259		
				b	25-Mar-25	29-Mar-25	1	7	38	266		
17	5	D	17	a	30-Mar-25	3-Apr-25	1	7	39	273		
				b	4-Apr-25	8-Apr-25	1	7	40	280	11	4-Apr-25
18	5	C	18	a	9-Apr-25	13-Apr-25	1	7	41	287		
				b	14-Apr-25	18-Apr-25	1	7	42	294		
19	5	B	19	a	19-Apr-25	23-Apr-25	1	7	43	301		
				b	24-Apr-25	28-Apr-25	1	7	44	308	12	24-Apr-25
20	5	A	20	a	29-Apr-25	3-May-25	1	7	45	315		
				b	4-May-25	8-May-25	1	7	46	322		
									46	322		
	TOTAL									**368**		**233**

Gambar 10.1: Estimasi waktu pemancangan

Berdasarkan gambar 6.1 diatas dapat dilakukan penjadwalan dengan menuliskan nomer (letak drophammer bekerja), as dan sumbu tiang bangunan, nomer pile berdasarkan letaknya, minipile (jumlah dobleplate atau singleplatenya), Nomer pengiriman minipile di lapangan (onsite). Dengan menggunakan deret aritmatika maka dapat diketahui estimasi waktu pemancangan guna penjadwalan kerja hingga pertitik pemancangannya. d dalam deret aritmatika adalah 4 hari sebagai lamanya satu titik tiang pancang dan perkiraan waktu seting alat drophammer dari tiba disite sampai alat siap memukul tiang pancang.

Sel berwarna hijau merupakan tanggal awal mulai sampainya pengiriman alat drophammer dan minipile pengiriman 1(17 September 2024). Secara aritmatika dapat diketahui pada tanggal pemancangan dimulai pada titik 1 as1 sumbuD pile a adalah 4 hari setelah tanggal yang tertulis pada sel warna hijau (21 September 2024). d berikutnya adalah 4 hari penyelesaian satu titik minipile yang terlihat pada sel titik 1 as1 sumbu D pile a dimana tiang pancang selesai pada 4 hari setelah tanggal mulainya pemancangan (25 September 2024). d berikutnya adalah 1 hari perpindahan alat drophammer untuk memulai pemancangan berikutnya yang terlihat pada sel titik 1 as1 sumbu D pile b tiang pancang dimulai (26 September 2024). d berikutnya adalah 4 hari penyelesaian satu titik minipile yang terlihat pada sel titik 1 as1 sumbu D pile b dimana tiang pancang selesai pada 4 hari setelah tanggal mulainya pemancangan (30 September 2024). Begitu deret aritmatika akan berlanjut hingga pemancangan terakhir pada sel titik 20 as5 sumbu A pile b dimana tiang pancang selesai pada 4 hari setelah dimulai (8 Mei 2025).

Dalam gambar 6.1 dapat dilihat bahwa total pelaksanaan pemancangan diselesaikan selama 233 hari kerja. Tanggal monitoring pengiriman tiang pancang hingga tiba di lokasi juga tercatat dengan baik dengan d sebagai deret berikutnya dimana setiap pengiriman 32 buah minipile yang terdiri dari 4 minipile singlepkate dan 28 minipile doble plate. Bahkan setiap jadwal titik pemancangan dapat dimonitor melalui metode deret aritmatika ini. Berbagai metode matematika sangat bermanfaat besar dalam memecahkan permasalahan desain dan konstruksi bangunan. Dikarenakan batasan dari jumlah halaman pada tulusan kami maka penjadwalan dalam metode pelaksanaan konstruksi tahapan selanjutnya dapat kita jabarkan dalam tulisan berikutnya. Estimasi waktu pemancangan sebagaimana gambar 6.1 dapat diakses melalui link google drive berikut :https://docs.google.com/spreadsheets/d/1xonIPcffAHfLo1BfIE19YjSNNPF1Su-L/edit?usp=sharing&ouid=108088891653566973942&rtpof=true&sd=true

Daftar Pustaka

Bell, E. T. (1937). *Men of Mathematics*. Simon & Schuster.

Hollis, H. (1997). *The Gothic Cathedral: The Architecture of the Great Church 1130–1530*. Thames & Hudson.

Hassall, M. (2012). *Structural Engineering: A Very Short Introduction*. Oxford University Press.

Hadi, S., & Rizal, A. (2018). *Panduan Praktis Konstruksi Pancang*. Bandung: Penerbit Teknik Utama.

Kerzner, H. (2017). *Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling, and Controlling*. John Wiley & Sons.

Heath, T. L. (1956). *The Works of Archimedes*. Dover Publications.

Krupp, E. C. (1994). *Beyond the Blue Horizon: Myths and Legends of the Sun, Moon, Stars, and Planets*. HarperSanFrancisco.

Lancaster, C. (2005). *Concrete Vaulted Construction in Imperial Rome: Innovations in Context*. Cambridge University Press.

Levy, M., & Salvadori, M. (2014). *Why Buildings Stand Up: The Strength of Architecture*. W.W. Norton & Company.

Meredith, J. R., & Mantel, S. J. (2011). *Project Management: A Managerial Approach*. Wiley.

Munir Renaldi. 2016. Matematika Diskrit. Bandung. Informatika

Nurhadi, T. (2020). *Konstruksi Tiang Pancang: Teori dan Praktik*. Yogyakarta: Penerbit Mitra Abadi.

PMI (Project Management Institute). (2013). *A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide)* (5th ed.). Project Management Institute.

Robson, E. (2008). *Mathematics in Ancient Iraq: A Social History*. Princeton University Press.

Rashed, R. (2000). *Al-Khwarizmi: The Beginnings of Algebra*. MIT Press.

Stewart, J. (2015). *Calculus: Early Transcendentals* (8th ed.). Cengage Learning.

Schwalbe, K. (2015). *Information Technology Project Management*. Cengage Learning.

Siregar, R. (2015). *Teknik Pancang dan Pengujian Tiang Pancang*. Jakarta: Penerbit Karya Bangsa.

Profil Penulis

Hasan Marzuki, SPd,MT,IPm

Ketertarikan penulis pada dunia konstruksi dimulai sejak lulus SMP N 5 Surabaya pada tahun 2000. Penulis tidak pernah merasakan indahnya masa SMA dikarenakan harus memilih untuk masuk SMKN 2 Surabaya. Penulis melanjutkan pengetahuan konstruksinya dalam dunia kerja sembari menempuh pendidikan S1 di Universitas Negeri Surabaya jurusan Teknik Sipil hingga lulus tahun 2007. Penulis mengaplikasikan ilmu teknik sipilnya dari Surabaya hingga masuk Sumatera tahun 2008. Penulis mempertajam ilmu konstruksinya di Pascasarjana Universitas Sriwijaya Palembang tahun 2010. Pada tahun 2012 berhasil meraih Gelar Magister Struktur serta gelar Insinyur Profesional muda dari Himpunan Ahli Konstruksi Indonesia HAKI. Penulis mengucapkan terimakasih kepada rekan dosen di UIN Raden Fatah Palembang, saudari Anita Raharjeng yang mendorong untuk menulis sehingga pada Agustus 2024 berkomunikasi dengan ibu Suci Haryati untuk mengeksekusi tulusan ini. Semoga tulisan yang berjudul “Matematika dalam desain dan konstruksi bangunan (episode 1 : estimasi waktu pemancangan)” dapat bermanfaat.

11

PERMODELAN MATEMATIKA DALAM PENELITIAN BIOLOGI DAN KEDOKTERAN

Anita Restu Puji Raharjeng, M.Si., M.BioMed.Sc.
UIN Raden Fatah Palembang

Matematika memiliki peran penting dalam ilmu biologi dan penelitian dalam bidang medis, dengan menyediakan alat dan kerangka kerja untuk memperdalam pemahaman dan penanganan sistem biologis yang kompleks. Dari model epidemi hingga analisis gambar medis, matematika telah mengubah cara kita memahami dan mengobati penyakit. Permodelan matematika dalam bidang biologi dan kedokteran menjadi sangat penting karena ilmu matematika memiliki kemampuan untuk memprediksi dan menangani variabilitas serta kompleksitas yang melekat dalam sistem biologis. Matematika memungkinkan para peneliti untuk membuat hipotesis dan menguji skenario secara in silico, yang dapat mengurangi kebutuhan untuk eksperimen yang luas. Seiring dengan berkembangnya ilmu biologi dan kedokteran yang semakin kuantitatif, maka kolaborasi antara ahli matematika dan ahli biologi kedokteran menjadi penting untuk merancang eksperimen, menafsirkan data, dan memajukan pemahaman keilmuan tentang proses kehidupan. Integrasi matematika dalam biologi dan penelitian kedokteran tidak hanya membantu dalam kemajuan ilmu pengetahuan tetapi juga berkontribusi secara signifikan dalam peningkatan kesehatan manusia melalui diagnosa yang lebih baik, perawatan yang lebih tepat, dan strategi manajemen penyakit yang lebih efektif.

Ilmu biologi dan kedokteran modern tidak dapat dipisahkan dari matematika. Berikut adalah beberapa contoh dan aplikasi nyata matematika dalam memajukan inovasi penelitian biologi dan kedokteran:

Radiomik dan Diagnosis Berbasis Gambar

Radiomik adalah teknik yang mengamati perubahan karakteristik gambar, seperti intensitas, kontras, dan pola tekstur, yang terjadi pada gambar jaringan ketika mereka mengalami variasi kondisi, baik alamiah maupun diinduksi. Dengan bantuan radiomik, maka peneliti dapat melakukan analisis matematis pada gambar medis memungkinkan penilaian kuantitatif terhadap morfologi jaringan, tekstur, dan pola spasial, sehingga memungkinkan pemahaman lebih lanjut tentang diagnosis dan prognosis penyakit. Radiomik memungkinkan diferensiasi antara tumor jinak dan ganas, prediksi respons pengobatan dan perkembangan penyakit dalam bidang onkologi dan radiologi menggunakan data gambar (Alberto, 2005; Andrei, 2014; Hanin, 2014; Saini et al., 2023).

Contoh: Gambar MRI pada pasien yang menjalani diagnosis kanker payudara, dianalisis dengan teknik radiodinamika secara non-invasif. Dengan cara ini, peneliti dapat memprediksi subtipe tumor, agresivitas, dan respons terhadap pengobatan. Pendekatan pengobatan yang spesifik untuk tiap pasien dapat dikembangkan, sehingga pasien mendapatkan hasil yang lebih baik.

Modelling Farmakokinetik dan Terapi Individual

Pemanfaatan model matematis dari data farmakokinetik obat dalam perawatan pasien adalah dasar untuk pengembangan pedoman dosis yang dipersonalisasi dan menjadi bagian dalam pemantauan proses terapi. Model farmakokinetik populasi melibatkan integrasi dari faktor faktor pasien, seperti usia, berat badan, fungsi ginjal, dan variasi genetik, untuk memberikan dosis terbaik bagi setiap pasien guna menghindari efek samping obat (Cherruault, Y. 1985; Florack, L., and van Assen, H, 2012; Karvaly et al., 2024).

Contoh: farmakokinetik populasi vancomycin, sebuah antibiotik yang digunakan untuk mengobati infeksi bakteri, memungkinkan peneliti dapat memodifikasi dosis berdasarkan keperluan pasien dan memastikan konsentrasi obat yang tepat untuk dampak obat dengan nilai toksisitas yang minimal.

Pemodelan Epidemiologi dan Peramalan Penyakit

Pemodelan matematika dalam dinamika transmisi penyakit menular membantu memprediksi wabah, mengevaluasi strategi intervensi, dan memberikan informasi untuk kebijakan kesehatan. Model epidemiologi yang biasanya digunakan adalah model compartmental dan simulasi berbasis agen. Model matematika ini dapat mensimulasikan perkembangan penyakit dalam populasi, dan memperhitungkan efek tindakan seperti vaksinasi, jarak sosial, dan isolasi terhadap penyebaran penyakit (Myers et al., 2000; Habib, 2008).

Contoh: Pemodelan epidemiologi memungkinkan prediksi dinamika penyakit dan proyeksi kasus di masa depan, estimasi kebutuhan sumber daya kesehatan, dan penilaian langkah-langkah yang efektif untuk mengurangi dampak pandemi serta memberikan panduan respons yang tepat untuk penyakit yang dimaksud.

Analisis Biostatistik dan Dukungan Keputusan Klinis

Hasil pengolahan data klinis dengan metode biostatistik dapat digunakan untuk pengambilan keputusan berbasis data diri dan rekam medis pasien dalam perawatan kesehatan. Analisis biostatistik dapat digunakan untuk mengevaluasi efektivitas pengobatan, mendeteksi faktor resiko terkait komplikasi, dan mengukur biomarker prognostik yang merupakan penentu utama kelangsungan hidup dan penyebab kambuhnya penyakit pasien (National Research Council (US), 1996; Greenes, R.A. 2007; Han, 2008).

Contoh: analisis data kelangsungan hidup pasien kanker menggunakan kurva Kaplan-Meier dan model regresi bahaya Cox memungkinkan dokter memperkirakan probabilitas kelangsungan hidup pasien, mengetahui faktor apa saja yang memprediksi hasil penyakit, dan menyesuaikan pengobatan sesuai dengan profil risiko setiap pasien.

Genomik Komputasional dan Pengobatan Presisi

Permodelan matematika dan analisis komputasional data genomik membantu peneliti dan dokter untuk menemukan pengobatan yang presisi melalui prediksi respons pasien terhadap terapi yang akan diberikan. Dapat juga digunakan untuk mengidentifikasi target terapi, dan menentukan stratifikasi penyakit berdasarkan subtipe genetik atau biomarker. Dari algoritma pembelajaran mesin, dapat dipelajari tentang data genomik pasien untuk menemukan substitusi genetik yang terkait dengan kerentanan penyakit, metabolisme obat dan resistensi pengobatan yang spesifik untuk pasien (Wang et al., 2022).

Contoh: Analisis prediktif dengan menggunakan komputasional profil genomik tumor dapat menggunakan algoritma pembelajaran mesin yang memungkinkan untuk mengidentifikasi mutasi pada pasien, serta dapat juga menentukan target terapi yang spesifik untuk pasien kanker. Dengan profil molekuler yang tepat, maka pemilihan pengobatan dapat diarahkan untuk pendaftaran pasien dalam uji klinis.

Ekonomi Kesehatan dan Analisis Biaya Efektivitas

Pemodelan matematika juga penting dalam analisis ekonomi bidang biologi dan kedokteran, karena permodelan matematika dapat digunakan untuk menilai keuntungan ekonomi dari terapi kesehatan yang dilakukan, untuk memprioritaskan sumber daya kesehatan yang diperlukan, dan untuk membuat keputusan kebijakan kesehatan yang sesuai. Studi ekonomi kesehatan penting dilakukan untuk mengukur biaya dan manfaat dari perawatan kesehatan, untuk menghitung biaya dari tindakan pencegahan yang dilakukan, dan untuk program kesehatan yang dapat mengarahkan pengeluaran sumber daya dan sistem pembayaran (Alan and Charles, 1997; Peter J. Costa. 2017).

Contoh: Program vaksinasi untuk penyakit menular perlu analisis ekonomi kesehatan terkait biaya-efektivitas untuk mengevaluasi dampak ekonomi dari imunisasi dengan memperkirakan biaya medis langsung serta biaya tidak langsung yang mungkin timbul akibat kematian dan dampak tak terduga lainnya.

Pemodelan Prediktif dan Stratifikasi Risiko

Pendekatan pemodelan matematis digunakan untuk meramalkan hasil kesehatan pasien, juga untuk menilai risiko kematian. Model prediktif menggabungkan data klinis, demografis, biomarker, dan informasi genetik untuk menentukan risiko pasien terhadap penyakit, efisiensi pengobatan pasca-perawatan, dan reaksi merugikan yang mungkin timbul dari pengobatan (Lou and Walgreen, 2008).

Contoh: Teknologi terkini dalam kedokteran kardiovaskular yang digabungkan dengan data pasien, termasuk usia, jenis kelamin, tekanan darah, kadar kolesterol dan riwayat medis yang digunakan untuk memperkirakan kemungkinan terjadinya serangan jantung dan stroke, serta penyakit kardiovaskular.

Berikut adalah beberapa model matematika yang umum digunakan untuk memahami, memprediksi, dan mengoptimalkan berbagai aspek dari sistem biologis dan kedokteran:

1. Model Kompartemen (*Compartmental Models*)

   Model kompartemen membagi sistem biologis menjadi beberapa kompartemen atau bagian yang saling berhubungan, seperti model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*) dalam epidemiologi. Model ini biasanya digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit menular, dinamika populasi sel, dan metabolisme obat dalam tubuh.

2. Model Stokastik (*Stochastic Models)*

   Model ini memperhitungkan unsur ketidakpastian dan variabilitas dalam sistem biologis. Permodelan ini menggunakan proses stokastik untuk memodelkan fenomena yang memiliki ketidakpastian inheren. Model matematika ini biasanya diaplikasikan dalam penelitian Epidemiologi, dinamika populasi, dan farmakokinetika/farmakodinamika (PK/PD).

3. Model Persamaan Diferensial (*Differential Equations*)

   Model matematika ini biasanya menggunakan persamaan diferensial biasa (ODE) atau persamaan diferensial parsial (PDE) untuk menggambarkan perubahan dinamis dalam sistem biologis. Model ini biasanya diaplikasikan untuk mengetahui perubahann kondisi sel dan jaringan, penyebaran penyakit, dan respon imun.

4. Model Agen Berbasis (*Agent-Based Models)*

   Model *Agent-Based Models* ini mensimulasikan interaksi antara agen-agen individu dalam suatu sistem, di mana agen bisa berupa sel, individu, atau partikel. Aplikasi nya biasanya pada penelitian epidemiologi, interaksi seluler, dan dinamika populasi.

5. Model Jaringan (*Network Models*)

   Model ini menggunakan teori jaringan untuk mempelajari hubungan antara elemen-elemen dalam sistem, seperti gen, protein, atau individu dalam populasi. Biasanya diaplikasikan pada penelitian genomik, proteomik, dan analisis jejaring sosial dalam epidemiologi.

6. Model Regresi dan *Machine Learning*

   Model matematika ini menggunakan teknik statistik dan *machine learning* untuk menganalisis data biologis dan medis, serta memprediksi hasil. Biasanya model matematika ini digunakan untuk memprediksi risiko penyakit, diagnosis berbasis gambar, dan analisis data genomik.

7. Model Populasi (*Population Models*)

   Model ini menggambarkan dinamika populasi, termasuk pertumbuhan, interaksi, dan evolusi populasi dalam sistem ekologis atau medis. Biasanya model ini digunakan untuk mengecek kondisi tumor, ekologi mikroba, dan epidemiologi.

8. Model Farmakokinetik/Farmakodinamika (PK/PD Models)

   Model PK/PD digunakan untuk memahami hubungan antara dosis obat, konsentrasi obat dalam tubuh, dan efek farmakologisnya. Biasanya model ini digunakan dalam penelitian pengembangan obat, penentuan dosis optimal, dan penilaian risiko efek samping obat.

9. Model Pertumbuhan Tumor (*Tumor Growth Models*)

   Model ini menggambarkan dinamika pertumbuhan tumor dan respons terhadap terapi. Biasanya digunakan pada penelitian kanker, pengembangan terapi kanker, dan penentuan prognosis.

10. Model Ekonomi Kesehatan (*Health Economics Models)*

   Model ini digunakan untuk menilai biaya dan manfaat dari terapi medis, serta pengambilan keputusan dalam kesehatan. Model ini penting untuk evaluasi biaya-efektivitas, alokasi sumber daya kesehatan, dan analisis kebijakan kesehatan.

Permodelan matematika ini memberikan kerangka kerja yang kuat untuk mempelajari sistem biologis dan medis, memungkinkan peneliti untuk membuat prediksi, menguji hipotesis, dan mengembangkan strategi intervensi yang lebih efektif. Selain permodelan matematika yang telah disebutkan di atas, biasanya para peneliti biologi dan kedokteran melakukan analisis dengan menggunakan berbagai perangkat lunak dan alat analisis. Berikut adalah beberapa alat dan perangkat lunak yang sering digunakan dalam analisis data biologi medis:

1. SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*)

   Walaupun SPSS ini awalnya adalah untuk penelitian sosial, namun saat ini SPSS telah banyak digunakan untuk penelitian di bidang sciences dan kedokteran. SPSS ini berfungsi untuk analisis statistik dasar dan lanjutan, seperti regresi, ANOVA, uji chi-square dan lain lain. Keunggulan adalah SPSS Ini mudah digunakan dan disertai dengan grafik.

2. R

   R adalah bahasa pemrograman yang kuat untuk analisis statistik dan grafis. Memiliki banyak paket yang khusus untuk analisis biologi dan medis, seperti Bioconductor untuk analisis data genomik. Keunggulannya R ini sangat fleksibel dan dapat disesuaikan untuk banyak keilmuan.

3. Python

   Program Python ini adalah bahasa pemrograman serbaguna yang banyak digunakan untuk analisis data, dengan pustaka seperti NumPy, pandas, SciPy, dan scikit-learn untuk analisis statistik dan machine learning. Keunggulannya adalah mudah dipelajari, mendukung berbagai jenis analisis data, dan dapat digunakan untuk otomatisasi dan pemrosesan data skala besar.

4. MATLAB

   Program MATLAB ini digunakan untuk komputasi numerik dan visualisasi data. Sangat baik untuk pemodelan matematika dan analisis data teknis. Keunggulannya, program ini bagus untuk analisis matematis dan komputasi, serta sering digunakan dalam teknik dan ilmu fisika.

5. SAS (*Statistical Analysis System*)

   SAS merupakan perangkat lunak yang digunakan untuk melakukan analisis statistik dalam industri kesehatan, untuk manajemen data dan analisis statistik. Keunggulannya adalah dapat menganalisis data yang banyak dan sering digunakan dalam industri farmasi dan kesehatan.

6. Stata

   Fungsi dari perangkat lunak Stata adalah untuk menganalisis data, terutama dalam bidang ekonomi kesehatan dan epidemiologi. Keunggulannya adalah mudah digunakan, dan memiliki berbagai alat analisis statistik dan grafis.

7. *GraphPad Prism*

   Aplikasi GraphPad Prism ini sering digunakan untuk analisis statistik dan grafis, terutama populer di kalangan biologi dan peneliti medis untuk analisis data eksperimen. Keunggulannya adalah sangat baik untuk analisis statistik dasar dan visualisasi data, karena menyajikan banyak jenis grafik dan diagram yang menarik

8. JMP

   Aplikasi JMP berfungsi untuk analisis data eksploratif dan visualisasi. Aplikasi ini unggul karena lebih interaktif dan mudah digunakan, selain itu baik untuk analisis data eksploratif.

9. Bioinformatics Tools

   Contoh dari aplikasi ini adalah BLAST, ClustalW, dan software lainnya yang khusus digunakan untuk analisis data bioinformatika seperti sekuensing DNA/RNA. Keunggulan aplikasi ini dalah untuk analisis data biologis, memungkinkan analisis data skala besar dan uji komparatif.

10. *Machine Learning Platforms*

    Aplikasi *Machine Learning* Platform ini adalah salah satu aplikasi AI yang dapat digunakan dalam analisis data dalam ilmu biologi dan kedokteran. Contoh dari aplikasi ini adalah TensorFlow, Keras, PyTorch yang biasanya digunakan untuk analisis data genomik, prediksi klinis, dan klasifikasi citra medis. Keunggulan aplikasi ini adalah mudah digunakan untuk analisis prediktif dan klasifikasi, mendukung pembelajaran bidang biologi dan kedokteran.

    Dengan menggunakan berbagai alat dan *sotfware* ini, maka peneliti bidang biologi dan kedokteran dapat melakukan analisis data yang komprehensif dan mendalam, membantu dalam penemuan ilmu baru dan penerapan klinis. Pemilihan alat bantu yang tepat tergantung pada jenis data, tujuan analisis, dan keahlian pengguna.

Kesimpulan

Integrasi matematika dengan biologi dan kedokteran telah merevolusi analisis data dan pengambilan keputusan dalam perawatan kesehatan. Pengembangan matematika dan komputasi sangat penting untuk memahami sistem biologis kompleks dan meningkatkan kualitas perawatan. Kolaborasi interdisipliner yang berkelanjutan antara matematikawan dan profesional kesehatan menjadi semakin krusial dalam kedokteran berbasis dataame

Daftar Pustaka

Alan M. Garber, and Charles E. Phelps. 1997. Economic foundations of cost-effectiveness analysis. Journal of Health Economics, Volume 16, Issue 1, 1997, Pages 1-31, ISSN 0167-6296, https://doi.org/10.1016/S0167-6296(96)00506-1. (https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167629696005061)

Alberto d'Onofrio. 2005. A general framework for modeling tumor-immune system competition and immunotherapy: Mathematical analysis and biomedical inferences. Physica D: Nonlinear Phenomena,Volume 208, Issues 3–4. 2005. Pages 220-235. ISSN 0167-2789. https://doi.org/10.1016/j.physd.2005.06.032.

Andrei P. Kirilyuk. New Mathematics of Complexity and Its Biomedical Applications. *International Conference "Arithmetic Methods in Mathematical Physics and Biology"*, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, Aug 2014, Bedlewo, Poland. pp.57-81. ⟨hal-01147395⟩

Cherruault, Y. 1985. Mathematical Modelling in Biomedicine, Optimal Control of Biomedical Systems. D. Reidel publishing company. Dordrecht. ISBN-13: 978-94-010-8924-1. DOI: 10.1007/978-94-009-5492-2

Florack, L., van Assen, H. Multiplicative Calculus in Biomedical Image Analysis. *J Math Imaging Vis* 42, 64–75 (2012). https://doi.org/10.1007/s10851-011-0275-1

Greenes, R.A. 2007. Clinical Decision Support.ISBN 978-0-12-369377-8. Harvard Medical School and Brigham & Women's Hospital Boston, Massachusetts USA. DOI https://doi.org/10.1016/B978-0-12-369377-8.X5000-4

Habib Ammari. 2008. An Introduction to Mathematics of Emerging Biomedical Imaging. Springer Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-79553-7. 978-3-540-79553-7Published: 21 May 2008

Han W, Wang G. Bioluminescence Tomography: Biomedical Background, Mathematical Theory, and Numerical Approximation. J Comput Math. 2008;26(3):324-335. PMID: 20617105; PMCID: PMC2898173.

Hanin, Leonid. 2011. "Why Victory in the War on Cancer Remains Elusive: Biomedical Hypotheses and Mathematical Models" *Cancers* 3, no. 1: 340-367. https://doi.org/10.3390/cancers3010340

Karvaly, Gellért Balázs, István Vincze, Michael Noel Neely, István Zátroch, Zsuzsanna Nagy, Ibolya Kocsis, and Csaba Kopitkó. 2024. "Modeling Pharmacokinetics in Individual Patients Using Therapeutic Drug Monitoring and Artificial Population Quasi-Models: A Study with Piperacillin" *Pharmaceutics* 16, no. 3: 358. https://doi.org/10.3390/pharmaceutics16030358

Lou, Y., Walgreen Co, 2008. *Predictive Modeling And Risk Stratification Of A Medication Therapy Regimen*. U.S. Patent Application 11/458,080.

Myers MF, Rogers DJ, Cox J, Flahault A, Hay SI. Forecasting disease risk for increased epidemic preparedness in public health. Adv Parasitol. 2000;47:309-30. doi: 10.1016/s0065-308x(00)47013-2. PMID: 10997211; PMCID: PMC3196833.

National Research Council (US) and Institute of Medicine (US) Committee on the Mathematics and Physics of Emerging Dynamic Biomedical Imaging. Mathematics and Physics of Emerging Biomedical Imaging. Washington (DC): National Academies Press (US); 1996. PMID: 25121300.

Peter J. Costa. 2017. Applied Mathematics for the Analysis of Biomedical Data. John Wiley and Sons, Inc. Hoboken, New Jersey. ISBN: 9781119269519

Saini, S.K., Thakur, N. & Juneja, M. Radiomics Based Diagnosis with Medical Imaging: A Comprehensive Study. *Wireless Pers Commun* 130, 481–514 (2023). https://doi.org/10.1007/s11277-023-10295-6

Wang YC, Wu Y, Choi J, Allington G, Zhao S, Khanfar M, Yang K, Fu PY, Wrubel M, Yu X, Mekbib KY, Ocken J, Smith H, Shohfi J, Kahle KT, Lu Q, Jin SC. Computational Genomics in the Era of Precision Medicine: Applications to Variant Analysis and Gene Therapy. J Pers Med. 2022 Jan 27;12(2):175. doi: 10.3390/jpm12020175. PMID: 35207663; PMCID: PMC8878256.

Profil Penulis

Anita Restu Puji Raharjeng

Ketertarikan penulis terhadap bidang ilmu biologi dimulai pada tahun 2002, yang membawanya untuk masuk ke jurusan Biologi Universitas Negeri Malang. Setelah lulus S1, penulis melanjutkan S2 di Universitas Brawijaya dengan kosentrasi Bioteknologi Molekuler. Setelah menyelesaikan S2 pertamanya, penulis melanjutkan pendidikan S2 kembali di Australia, tepatnya di James Cook University, pada Fakultas Kedokteran dengan jurusan Biomedical Science dengan konsentrasi Ilmu Nuklir. Penulis kemudian melanjutkan studi S3 di Universitas Gadjah Mada jurusan Biologi.

Penulis memiliki kepakaran di bidang Biomedical Science. Untuk mewujudkan karir sebagai dosen profesional, penulis aktif sebagai peneliti di bidang kepakarannya tersebut. Beberapa penelitian yang dilakukannya didanai oleh internal perguruan tinggi dan juga Kemenristek DIKTI. Penulis telah banyak melakukan penelitian dengan kolaborasi baik di dalam maupun di luar negeri. Rekam jejak penulisan karya ilmiahnya dapat dicek di Google Scholar dengan ID https://scholar.google.co.id/citations?user=iRp3uCAAAAAJ&hl=en, Scopus ID: 57205056103, Sinta DI: 6023919 dan ORCID id: https://orcid.org/0000-0002-8308-4574 Selain sebagai peneliti, penulis juga aktif menulis buku dengan harapan dapat memberikan kontribusi positif bagi bangsa dan negara yang tercinta ini. Pada tahun 2015, penulis meraih juara 1 lomba dalam lomba menulis bidang kehutanan yang diselenggarakan secara nasional oleh Balai Penelitian Daerah Aliran Sungai MUSI Sumsel.

Email Penulis: anitaraharjeng_uin@radenfatah.ac.id

12

MATEMATIKA DAN ILMU SOSIAL

Fauziah Astuti, M.Pd
Sekolah Tinggi Ilmu Tarbiyah Nusantara Bekasi

Matematika

1. Hakikat Matematika

   Hakikat matematika berdasarkan ahli, Berikut adalah beberapa pandangan mengenai hakikat matematika dari para ahli berbagai perspektif dalam memahami hakikat matematika:

   a. G. H. Hardy (1967) dalam buku A Mathematician's Apology menganggap matematika sebagai bentuk seni yang murni, di mana keindahan dan kebenaran matematis bukanlah tentang kegunaannya dalam kehidupan praktis, tetapi tentang estetika dan keanggunan internal dari struktur matematis itu sendiri. Hardy berfokus pada matematika murni dan menganggapnya sebagai pencarian keindahan dan kebenaran.

   b. Paul Ernest (1991), dalam Buku The Philosophy of Mathematics Education memperkenalkan pandangan bahwa matematika adalah konstruksi sosial dan budaya yang dipengaruhi oleh konteks sosial dan sejarah. Ernest menekankan pentingnya peran pendidikan dalam membentuk pemahaman dan nilai-nilai matematika.

   c. Ludwig Wittgenstein (1956), dalam Buku Remarks on the Foundations of Mathematics mengatakan bahwa matematika sebagai aktivitas bahasa dan permainan bahasa, di mana arti dan kebenaran matematika tidak terlepas dari penggunaan bahasa dan konteks sosialnya. Dia melihat matematika sebagai bagian dari praktik dan kehidupan sehari-hari.

d. Hermann Weyl (1949), Buku Symmetry yang menyatakan Weyl melihat matematika sebagai studi tentang struktur simetris dan bentuk. Dia menganggap bahwa matematikawan menemukan dan mengembangkan teori berdasarkan pola dan struktur simetris yang ada dalam objek matematis.

Pandangan-pandangan ini mencerminkan beragam perspektif tentang hakikat matematika, mulai dari sudut pandang estetika dan logika, hingga sosial dan epistemologis.

2. Manfaat Matematika

Mempelajari matematika tentunya akan bermanfaat untuk peningkatan kemampuan kognitif dan prestasi belajar, Berikut adalah beberapa teori mengenai manfaat matematika yang dijelaskan oleh para ahli, yaitu:

a. George Boole (1854) dalam buku An Investigation of the Laws of Thought, Boole mengembangkan logika Boolean, yang menjelaskan bagaimana matematika dapat diterapkan dalam logika dan pemrograman komputer. Boole menunjukkan bagaimana matematika dapat digunakan untuk memodelkan dan menyelesaikan masalah logika yang kompleks.

b. Eugenio Beltrami (1868) dalam buku Saggio di Interpretazione della Geometria Non Euclediana Beltrami menjelaskan manfaat matematika dalam memahami ruang dan bentuk yang tidak sesuai dengan postulat Euclid. Beltrami menunjukkan bagaimana matematika dapat digunakan untuk mengeksplorasi berbagai sistem geometris dan aplikasinya dalam teori relativitas.

c. John von Neumann (1945) dalam buku Theory of Games and Economic Behavior (ditulis bersama Oskar Morgenstern) Neumann mengembangkan teori permainan yang menunjukkan bagaimana matematika dapat digunakan untuk menganalisis strategi dan keputusan dalam berbagai konteks, termasuk ekonomi, biologi, dan ilmu sosial. Teori permainan mempengaruhi pemahaman kita tentang keputusan rasional dan interaksi strategis.

d. Srinivasa Ramanujan (1914) dalam buku The Lost Notebook and Other Unpublished Papers (terdapat dalam publikasi posthumous) Ramanujan memberikan kontribusi yang signifikan dalam teori bilangan dan fungsi analitik. Karyanya menunjukkan manfaat matematika dalam mengeksplorasi pola dan struktur yang tidak terduga, dan aplikasinya dalam teori bilangan dan matematika murni.

e. Andrew Wiles (1995) dalam buku Modular Elliptic Curves and Fermat's Last Theorem, Wiles membuktikan teorema Fermat menggunakan konsep dari geometri aljabar dan teori bilangan. Pencapaiannya menunjukkan bagaimana matematika dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang telah lama dianggap tidak dapat dipecahkan.

f. G.H. Hardy (1940) dalam buku A Mathematician's Apology Hardy melihat matematika sebagai seni murni, yang berfokus pada keindahan dan struktur internal daripada aplikasi praktis. Karya ini menekankan manfaat matematika dalam menyediakan wawasan estetika dan intelektual tentang struktur matematis.

Teori-teori ini menunjukkan berbagai cara matematika memberikan manfaat, mulai dari aplikasi praktis dalam ilmu pengetahuan dan teknologi hingga kontribusi dalam pemahaman teoritis dan estetika matematika.

Ruang Lingkup Matematika dan Ilmu Sosial

Kajian teori ruang lingkup matematika dalam ilmu sosial mencakup berbagai cara di mana metode dan konsep matematika diterapkan untuk menganalisis dan memahami fenomena sosial. Berikut adalah beberapa aspek utama dari ruang lingkup ini, beserta teori-teori terkait:

1. Statistika Sosial

   Alan Agresti dan Barbara Finlay (1997), Mengatakan Pada Teori Statistik deskriptif dan inferensial digunakan untuk mengumpulkan, menganalisis, dan menginterpretasikan data sosial. Ini mencakup teknik seperti pengukuran central tendency (mean, median, modus) dan pengujian hipotesis.

2. Model Ekonometrika

   William H. Greene, (2003) menyatakan Ekonometrika adalah penerapan metode statistik untuk menguji teori ekonomi dan memodelkan hubungan antar variabel ekonomi. Ini termasuk regresi linear, analisis varian, dan model prediktif.

3. Teori Permainan

   John von Neumann dan Oskar Morgenstern (1944), Teori permainan adalah metode matematika untuk menganalisis situasi konflik dan kooperatif di mana hasilnya bergantung pada keputusan yang dibuat oleh beberapa peserta. Ini digunakan dalam ilmu sosial untuk memodelkan interaksi strategis.

4. Teori Jaringan Sosial

   Wasserman dan Faust (1994), Model jaringan sosial menggunakan teori graf untuk menganalisis struktur dan dinamika hubungan sosial. Ini mencakup studi tentang kekuatan dan pengaruh, serta pola hubungan dalam jaringan sosial.

5. Matematika dalam Demografi

   Peter J. Smith (2004), Demografi menggunakan metode matematika untuk memodelkan populasi manusia dan perubahan dalam struktur usia, fertilitas, mortalitas, dan migrasi.

6. Modeling Sosial

   Hedrick Smith (2008), Model matematika digunakan untuk mensimulasikan fenomena sosial seperti perilaku kolektif, penyebaran penyakit, dan pola konsumsi. Ini sering dilakukan dengan model berbasis agen dan model dinamis.

7. Analisis Keseimbangan Umum

   Robert M. Solow (1979), Model keseimbangan umum menggunakan matematika untuk menganalisis bagaimana pasar dan ekonomi berinteraksi untuk mencapai keseimbangan di seluruh sistem ekonomi. Ini termasuk analisis tentang penawaran dan permintaan serta alokasi sumber daya.

8. Ekonomi Matematis

   Carl P. Simon dan Lawrence Blume (1994), Ekonomi matematis menggunakan alat matematika untuk memformulasikan teori ekonomi dan memecahkan masalah ekonomi seperti alokasi sumber daya dan optimisasi

9. Analisis Kebijakan Publik

   William N. Dunn (2004), Matematik digunakan untuk mengevaluasi dan merancang kebijakan publik melalui analisis biaya-manfaat, model optimisasi, dan simulasi dampak kebijakan.

10. Sosiologi Kuantitatif

    Michael S. Lewis-Beck, Alan E. Bryman, dan Tim Futing Liao (2004), Sosiologi kuantitatif menerapkan metode matematika dan statistik untuk menganalisis data sosial, mengidentifikasi pola, dan menguji hipotesis tentang struktur sosial dan perilaku manusia.

Ruang lingkup matematika dalam ilmu sosial sangat luas, mencakup penerapan berbagai metode matematika untuk memahami dan menganalisis fenomena sosial.

Ilmu Sosial

1. Hakikat Ilmu Sosial

   Menurut Harsoyo dalam Nuriza dkk, (2018), ilmu-ilmu sosial adalah ilmu-ilmu yang mempelajari sikap dan tingkah laku manusia di dalam kelompok. P.N. Usman Tampubolon dalam Nuriza dkk, (2018) mengemukakan bahwa ilmu sosial adalah ilmu yang menggunakan metode-metode ilmiah untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tentang perilaku manusia.

2. Karakter Ilmu Sosial

Karakteristik ilmu sosial Numan Somantri dalam Sapriya (2017), mengidentifikasi sejumlah karakteristik dari ilmu-ilmu sosial, yaitu:

a. Berbagai batang tubuh disiplin ilmu-ilmu sosial yang diorganisasikan secara sistematis dan ilmiah.
b. Batang tubuh disiplin itu berisikan sejumlah teori dan generalisasi yang handal dan kuat serta dapat diuji tingkat kebenarannya.
c. Batang tubuh disiplin ilmu-ilmu sosial ini disebut juga “structure” disiplin ilmu, atau ada juga yang menyebutnya dengan “fundamental ideas”.
d. Teori dan generalisasi dalam struktur itu disebut pula pengetahuan ilmiah yang dicapai lewat pendekatan “conceptual” dan “syntactis” yaitu lewat proses bertanya, berhipotesis, pengumpulan data (observasi dan eksperimen).
e. Setiap teori dan generalisasi ini terus dikembangkan, dikoreksi dan diperbaiki untuk membantu dan menerangkan masa lalu, masa kini, dan masa depan serta membantu memecahkan masalah-masalah sosial melalui pikiran, sikap dan tindakan terbaik.

3. Ruang lingkup Ilmu Sosial

Wallerstein mengelompokkan beberapa disiplin ilmu yang dikategorikan sebagai ilmu sosial yaitu sosiologi, antropologi, geografi, ekonomi, sejarah, psikologi, hukum dan ilmu politik. Brown dalam karyanya yang berjudul “Explanation ini Social Sciences” menjelaskan bahwa yang termasuk dalam paket ilmu sosial meliputi sosiologi, antropologi, ekonomi, sejarah, demografi, ilmu politik, dan psikologi.

Berdasarkan pendapat Wallerstein dan Brown, maka ilmu-ilmu sosial memiliki beberapa cabang, yaitu:

a. Antropologi merupakan ilmu sosial yang mempelajari manusia pada umumnya, dan khususnya antropologi budaya yang mempelajari segi kebudayaan masyarakat.

b. Ekonomi merupakan ilmu sosial yang mempelajari produksi dan pembagian kekayaan dalam masyarakat, atau ilmu sosial yang mempelajari bagaimana manusia memenuhi kebutuhannya.

c. Geografi merupakan ilmu sosial yang mempelajari lokasi dan variasi keruangan atas fenomena fisik dan manusia di atas permukaan bumi.

d. Hukum merupakan ilmu sosial yang mempelajari sistem aturan yang telah dilembagakan.

e. Linguistik merupakan ilmu sosial yang mempelajari aspek kognitif dan sosial dari bahasa.

Penerapan Matematika dan Ilmu Sosial

Berikut adalah beberapa soal latihan penerapan matematika dalam ilmu sosial yang dapat membantu Anda memahami bagaimana konsep-konsep matematika digunakan untuk menganalisis fenomena sosial. Soal-soal ini mencakup berbagai topik seperti statistika, teori permainan, regresi, ekonometrika, dan lainnya.

1. Statistika Deskriptif

   Sebuah survei dilakukan terhadap 10 orang mengenai jumlah buku yang mereka baca dalam sebulan: 2, 3, 5, 3, 4, 2, 6, 3, 4, 5.
   Hitunglah: a) Rata-rata jumlah buku yang dibaca.
   b) Median.
   c) Modus.
   d) Varians dan standar deviasi.

2. Probabilitas

   Dalam sebuah pemilu, terdapat 3 partai yang bersaing. Jika probabilitas seorang pemilih memilih partai A adalah 0.4, partai B adalah 0.35, dan partai C adalah 0.25, berapakah probabilitas bahwa dalam sebuah survei acak yang melibatkan 5 pemilih, tepat 2 memilih partai A, 1 memilih partai B, dan 2 memilih partai C?

3. Regresi Sederhana

   Seorang peneliti ingin mengetahui hubungan antara tingkat pendidikan (dalam tahun) dan pendapatan bulanan (dalam juta rupiah). Data yang diperoleh dari 5 responden adalah:

   Hitunglah persamaan regresi linear sederhana antara pendapatan (Y) dan pendidikan (X).

Tabel 12.2 Hubungan tingkat pendidikan dengan pendapatan

Pendidikan (tahun)	**Pendapatan (juta rupiah)**
12	3
14	4
16	5
18	6
20	7

4. Teori Permainan

   Dua perusahaan, A dan B, sedang mempertimbangkan untuk memasuki pasar baru. Setiap perusahaan bisa memilih untuk memasuki atau tidak memasuki pasar tersebut. Jika kedua perusahaan memasuki pasar, mereka masing-masing mendapatkan keuntungan sebesar 2 juta rupiah. Jika salah satu memasuki dan yang lain tidak, yang memasuki mendapatkan 5 juta rupiah dan yang tidak mendapatkan 0. Jika keduanya tidak memasuki pasar, mereka masing-masing mendapatkan 1 juta rupiah.

   a. Gambarkan matriks pembayaran (*payoff matrix*).

   b. Tentukan Nash Equilibrium-nya.

5. Ekonometrika

   Seorang ekonom ingin mengestimasi pengaruh belanja iklan (dalam juta rupiah) dan harga produk (dalam jutaan rupiah) terhadap penjualan (dalam juta unit). Model regresi yang digunakan adalah:

Tabel. 12.1 Belanja iklan, harga produk, penjualan

Belanja Iklan (X1)	Harga Produk (X2)	Penjualan (Y)
10	5	15
12	4	16
13	6	18
15	5	21
18	7	25
20	6	27
22	8	29
25	7	32
28	8	35
30	9	40

Model regresi yang digunakan sebagai berikut

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$$

Dimana:

Y = Penjualan (dalam juta unit)

X1 = Belanja iklan (dalam juta rupiah)

X2 = Harga produk (dalam juta rupiah)

U = Error atau residual

6. Demografi

Sebuah kota memiliki populasi awal 100.000 orang pada tahun 2020. Tingkat pertumbuhan tahunan adalah 2%. Hitung proyeksi populasi kota tersebut pada tahun 2025 menggunakan model pertumbuhan eksponensial.

7. Pengambilan Keputusan

Seorang analis kebijakan sedang mempertimbangkan dua opsi kebijakan untuk mengurangi pengangguran:

- **Opsi A**: Biaya 10 miliar rupiah dan mengurangi pengangguran sebesar 5%.
- **Opsi B**: Biaya 15 miliar rupiah dan mengurangi pengangguran sebesar 8%.

Jika analis menggunakan teori utilitas dan menganggap bahwa setiap pengurangan 1% pengangguran memiliki nilai manfaat 2 miliar rupiah, tentukan opsi yang lebih baik secara ekonomis.

8. Analisis Jaringan Sosial

   Dalam sebuah organisasi terdapat 5 anggota yang saling terhubung. Matriks adjacency-nya adalah sebagai berikut:

Tabel 12.3 Hitung Degree Centrality untuk setiap anggota

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A	0	1	0	1	0
B	1	0	1	1	0
C	0	1	0	0	1
D	1	1	0	0	1
E	0	0	1	1	0

9. Model Dinamis Sosial

   Sebuah komunitas memiliki tingkat kejahatan yang diukur sebagai berikut selama 4 tahun terakhir: 50, 55, 60, 65 kasus per tahun. Jika tren ini berlanjut, berapa jumlah kasus kejahatan yang diperkirakan pada tahun ke-5?

10. Teori Keputusan

    Seorang pembuat kebijakan menghadapi dua alternatif kebijakan untuk meningkatkan pendidikan:

    - **Kebijakan X**: Memperbaiki infrastruktur sekolah dengan biaya 20 miliar rupiah. Diperkirakan akan meningkatkan rata-rata prestasi siswa sebesar 10 poin.

- **Kebijakan Y**: Meningkatkan gaji guru dengan biaya 25 miliar rupiah. Diperkirakan akan meningkatkan rata-rata prestasi siswa sebesar 15 poin.

Jika utilitas diukur sebagai peningkatan prestasi per miliar rupiah, kebijakan mana yang lebih efisien?

Latihan Soal

Perhatikan Pertanyaan-pertanyaan di bawah ini kemudian jawablah dengan baik !

Sebuah jaringan sosial terdiri dari 6 orang (A, B, C, D, E, F) yang saling terhubung. Berikut adalah hubungan antar mereka:

- A berteman dengan B dan C.
- B berteman dengan A, C, dan D.
- C berteman dengan A, B, D, dan E.
- D berteman dengan B, C, dan F.
- E berteman dengan C dan F.
- F berteman dengan D dan E.

Tentukan:

a. Gambarkan graf yang merepresentasikan jaringan sosial ini.

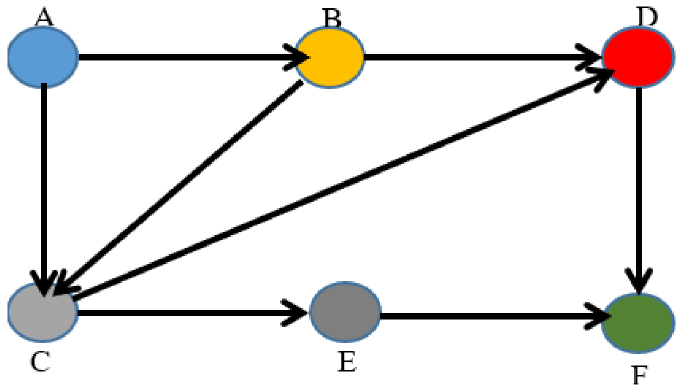
b. Tentukan derajat (degree) dari setiap simpul (orang).

c. Apakah graf tersebut terhubung? Jika iya, jelaskan alasannya.

d. Apakah ada segitiga dalam graf tersebut? Jika ada, sebutkan simpul-simpulnya.

Pembahasan:

a. Gambar graf jaringan sosial



Gambar 12.1: Gambar graf jaringan sosial

Graf jaringan sosial:

Gambarkan 6 simpul yang merepresentasikan orang A, B, C, D, E, dan F. Buat garis (edge) untuk setiap hubungan pertemanan yang dijelaskan:

$A \longrightarrow B$
$A \longrightarrow C$
$B \longrightarrow C$
$B \longrightarrow D$
$C \longrightarrow D$
$C \longrightarrow E$
$D \longrightarrow F$
$E \longrightarrow F$

Derajat (degree) dari setiap simpul:

- Derajat dari A = 2 (B, C)
- Derajat dari B = 3 (A, C, D)
- Derajat dari C = 4 (A, B, D, E)
- Derajat dari D = 3 (B, C, F)
- Derajat dari E = 2 (C, F)
- Derajat dari F = 2 (D, E)

b. Graf terhubung:

Ya, graf tersebut terhubung. Artinya, setiap simpul dapat dicapai dari simpul lainnya melalui jalur tertentu. Sebagai contoh:

- A dapat mencapai F melalui jalur A → C → D → F.

- Semua simpul dapat dihubungkan tanpa adanya bagian terisolasi, sehingga graf terhubung.

c. Segitiga dalam graf:

Segitiga adalah subgraf yang terdiri dari 3 simpul yang saling terhubung. Dalam jaringan ini terdapat dua segitiga:

- Segitiga pertama: A, B, dan C.

- Segitiga kedua: B, C, dan D.

Segitiga terbentuk karena masing-masing simpul dalam ketiga kelompok ini terhubung satu sama lain.

Jadi, jaringan sosial ini memiliki graf terhubung dengan dua segitiga.

2. Rata-rata Pendapatan

Suatu desa terdiri dari 6 orang dengan pendapatan (dalam juta rupiah) sebagai berikut: 15, 20, 35, 40, 50, dan 60. Hitunglah rata-rata pendapatan penduduk desa tersebut.

Pembahasan:

Rata-rata {x}adalah jumlah total pendapatan dibagi dengan jumlah orang.

{x} = {15 + 20 + 35 + 40 + 50 + 60}/{6}

{x} ={220}/{6}

{x} = 36,67 { juta rupiah}. Jadi, rata-rata pendapatan adalah 36,67 juta rupiah.

3. Baris dan Deret Aritmatika

Seorang penjual buah memulai bisnisnya dengan menjual 10 kilogram buah pada minggu pertama, dan setiap minggunya jumlah buah yang terjual bertambah 5 kilogram. Berapa jumlah total buah yang terjual dalam 8 minggu pertama?

Pembahasan:

Ini adalah masalah deret aritmatika dengan:

- Suku pertama (a) = 10
- Beda (d) = 5
- Jumlah minggu (n) = 8

Rumus jumlah deret aritmatika adalah: $S_n = \frac{n}{2} \times (2a + (n-1)d)$

Subsitusi nilai: S8=8/2x(2x10+(8-1)x5

S8=4×(20+35)

S8=4×55=220

Jadi, total buah yang terjual dalam 8 minggu pertama adalah 220 kilogram

4. Fungsi Linear

Jika seorang pengusaha menjual barang dengan harga Rp50.000 Rp 50.000 Rp50.000 per unit dan biaya produksinya Rp30.000 Rp 30.000 Rp30.000 per unit, tulislah fungsi keuntungan K(x) di mana x adalah jumlah unit yang terjual.

Pembahasan:

Fungsi keuntungan adalah: K(x)=Pendapatan−Biaya

Pendapatan=Harga per unit×jumlah unit yangterjual: P(x)=50.000x

Biaya = Biaya per unit×jumlah unit yang diproduksi: B(x)=30.000x

Jadi, fungsi keuntungan: $K(x)=50.000x-30.000x$

$$K(x)=20.000x$$

Artinya, keuntungan per unit barang yang terjual adalah Rp20.000

5. Sebuah toko memberikan diskon 20% pada produk yang harganya awalnya Rp500.000. Berapa harga yang harus dibayar pembeli setelah diskon?

   Pembahasan:

   Rumus untuk menghitung harga setelah diskon adalah:

   $$\boxed{\text{Harga setelah diskon}=\text{Harga awal}-(\text{Diskon}\times\text{Harga awal})}$$

   Substitusi nilai:

   $\text{Harga setelah diskon}=500.000-(20\%\times 500.000)$

   $\text{Harga setelah diskon}=500.000-100.000$

   $\text{Harga setelah diskon}=400.000$

   Jadi, harga yang harus dibayar setelah diskon adalah Rp400.000.

Daftar Pustaka

Alan Agresti dan Barbara Finlay.(1997). Statistical Methods for the Social Sciences. America Serikat.Pearson Education Prentice Hall

Carl P. Simon dan Lawrence Blume (1994). Mathematics for Economists**:** W. W. Norton & Company**.**

Hedrick Smith.(2008). Agent-Based and Individual-Based Modeling: A Practical Introduction

John von Neumann dan Oskar Morgenstern.(1944). Theory of Games and Economic Behavior. America Serikat: Pearson Education Prentice Hall

Michael S. Lewis-Beck, Alan E. Bryman, dan Tim Futing Liao .(2004). Quantitative Methods for Sociology: SAGE Publications.

Peter J. Smith.(2004). Demographic Methods: Routledge

Robert M. Solow.(1979). General Equilibrium Theory: Wiley

Sapriya. 2017. Pendidikan IPS. Bandung: Remaja Rosdakarya, h. 22.

Wasserman dan Faust.(1994). Social Network Analysis: Methods and Applications. America Serikat: Prentice Hall

William H. Greene.(2003). Econometric Analysis. America Serikat.Pearson Education Prentice Hall

William N. Dunn .(2004). Public Policy Analysis: An Introduction

Profil Penulis

Fauziah Astuti

Ketertarikan penulis terhadap matematika dan teknologi dimulai pada tahun 2008 silam. Hal tersebut membuat penulis memilih untuk masuk ke Sekolah Menengah Kejuruan di SMK Negeri 2 Cikarang Barat dengan memilih Jurusan Multimedia dan berhasil lulus pada tahun 2011. Penulis kemudian melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi dan berhasil menyelesaikan studi S1 di Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu pengetahuan alam pada prodi Pendidikan Matematika Universitas Indraprasta PGRI Jakarta pada tahun 2016. Langsung melanjutkan studi s2 di Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan alam pada Prodi Pendidikan Matematika Univeristas Indraprasta PGRI Jakarta lulus pada tahun 2019.

Penulis memiliki kepakaran dibidang Pendidikan Matematika. Dan untuk mewujudkan karir sebagai dosen profesional, penulis pun aktif sebagai peneliti dibidang kepakarannya tersebut. Beberapa penelitian yang telah dilakukan didanai pribadai dan oleh internal perguruan tinggi. Selain peneliti, penulis juga aktif menulis buku dengan harapan dapat memberikan kontribusi positif bagi bangsa dan negara yang sangat tercinta ini.

Email Penulis: fauziaqn@gmail.com

13

MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN SEHARI-HARI

Dr. Inelsi Palengka', M.Pd.
Universitas Kristen Indonesia Toraja

Penerapan Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari

Matematika adalah salah satu bidang ilmu yang paling penting dan berguna dalam kehidupan sehari-hari, bahkan jika kebanyakan orang mungkin tidak menyadari betapa banyak pengaruh matematika pada kehidupan sehari-hari mereka. Menurut Sulaiman (2019) salah satu contohnya adalah dunia bisnis dan keuangan, di mana matematika digunakan untuk membuat laporan keuangan, menghitung pengeluaran dan pendapatan, dan bahkan untuk menentukan harga jual suatu produk. Matematika juga digunakan dalam dua bidang: teknologi untuk mengembangkan algoritma dan perangkat lunak, dan ilmu pengetahuan untuk mengembangkan bidang baru seperti biologi, fisika, dan kimia. Matematika juga digunakan dalam aktivitas sehari-hari, seperti memasak dan berbelanja. Dalam memasak, itu digunakan untuk mengukur bahan-bahan dan mengatur waktu dan suhu yang diperlukan untuk memasak, dan dalam berbelanja, itu digunakan untuk menghitung harga barang dan kemudian menghitung kembalian yang harus dibayar. Matematika juga digunakan dalam rekayasa dan arsitektur, di mana itu digunakan untuk merancang dan mengembangkan berbagai jenis sistem dan teknologi, dan dalam arsitektur, itu digunakan untuk merencanakan dan merancang struktur seperti gedung, jembatan, dan sebagainya. Secara keseluruhan, matematika sangat penting dalam kehidupan sehari-hari, mulai dari bisnis dan keuangan, teknologi dan ilmu pengetahuan, hingga aktivitas sehari-hari seperti memasak dan berbelanja. Kita harus mempelajari dan menghargai matematika dan memahami bagaimana itu membantu kita membuat keputusan yang lebih baik dan memecahkan masalah.

Manfaat Matematika dalam Kehidupan Sehari-Hari

Jika kami belum pernah mendengar pertanyaan ini, mungkin kita yang bertanya. "Apa gunanya matematika?" "Kenapa aku harus mempelajari tabel waktu?" "Aku hanya tidak mengerti bagaimana seseoarang bisa menikmati proses penyelesaian persamaan" Saatnya telah tiba untuk mengakhiri ini. Tidak ada yang bisa membantah betapa pentingnya matematika di dunia modern, meskipun anda tidak menyukainya ini adalah ungkapan Nurnugroho (2012) . Tidak hanya para ilmuwan, dokter, dan astronot yang memerlukan matematika, tetapi matematika juga sangat penting dalam kehidupan sehari-hari.

Ilmu matematika juga berlaku pada awan; pancaran sinar matahari yang memelihara mawar; tik ada pemikir yang berani mengatakan bahwa aroma buah beri hawthorn tidak berharga bagi semesta ... – Victor Hugo Kita dikenalkan dengan matematika di sekolah, di mana sebagian besar pelajaran bersifat teoritis. Namun, kita mulai menyadari bahwa matematika ada di sekitar kita sejak kita lahir hingga kita meninggal, dan itu penting dalam segala hal, mulai dari berbelanja di toko hingga berolahraga.

Belajar Matematika Sejak Dini

Ketika bayi kecil hanya berkomunikasi melalui ekspresi suara dan wajah, sulit untuk mengetahui apa yang sedang terjadi di kepala mereka. Bayi menggunakan penglihatan mereka untuk melihat dunia di sekitar mereka karena mereka baru belajar berbicara. Bayi secara bertahap memperoleh pemahaman tentang dunia melalui pengamatan dan eksperimen mereka. Berkat penelitian baru tentang perkembangan kognitif anak-anak, kita tahu lebih banyak tentang kemampuan belajar para bayi.

Ketika berbicara tentang matematika, kapasitas anak-anak untuk memahami lingkungan mereka sangat mencengangkan. Menurut NurdiniAtiqah (2021) Sebuah penelitian yang dipimpin oleh Dr.

Elizabeth S. Spelke dari Universitas Harvard menemukan bahwa bayi dapat memperkirakan suatu jumlah secara visual, mengenali perbedaan antara dua representasi angka dan bayi yang lebih memperhatikan angka pada usia muda cenderung mengalami kesulitan belajar matematika ketika mereka masuk sekolah. Bayi belajar matematika dalam dua tahun pertama mereka untuk mengasah kemampuan indra dan estimasi mereka. Bayi mulai menerapkan kata-kata ke konsep matematika sederhana yang telah mereka pahami saat mereka belajar berjalan dan berbicara.

Pastikan anak-anak menikmati matematika. Membantu bayi menjadi lebih tertarik pada angka terbukti bermanfaat. Dokter anak dari Philadelphia, Hallam Hurt, menemukan pada tahun 1980 bahwa anak-anak yang mendapatkan lebih banyak perhatian di rumah biasanya memiliki IQ yang lebih tinggi. Mengajarkan anak-anak angka dan konsep matematika seperti aritmatika dan geometri memiliki efek perkembangan yang sama.

Kenapa Harus Belajar Matematika?

Untuk alasan apa kita harus belajar matematika? Karena ada banyak bidang yang berkaitan dengan matematika. Belajar matematika juga mengajarkan kita berpikir logis, sistematis, dan kreatif, keterampilan yang sangat penting dalam berbagai aspek kehidupan. Menurut Purba (2024) tanpa matematika, kita tidak akan dapat memahami dan mengembangkan teknologi, mengelola keuangan, dan memecahkan masalah sehari-hari.

Memahami manfaat belajar matematika dapat membuat kita lebih termotivasi untuk mempelajarinya dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari. Jika kita menjadikan matematika sebagai sahabat daripada musuh, kita akan menemukan banyak manfaatnya untuk kehidupan kita. Belajar matematika tidak hanya tentang angka.

Pentingnya Penemuan Angka untuk Anak-Anak

Selama karir akademik kita, matematika selalu menjadi bagian penting dari kurikulum nasional dan silabus sekolah. Anak-anak diajarkan matematika dengan pendekatan yang disesuaikan dengan usia mereka sejak TK. Meskipun demikian, usia mereka tidak merupakan alasan untuk melindungi mereka dari kesulitan belajar matematika. Anak-anak belajar dasar-dasar matematika melalui permainan, yang memungkinkan mereka untuk: Mengenali cara kerja angka (misalnya, melihat ratusan, puluhan, dan satuan), Mengidentifikasi aplikasi matematika, Menjelajahi hubungan antar angka Sejak SD, silabus matematika dibagi menjadi tiga topik utama: 1) Angka dan pengitungan 2) Skala dan ukuran 3) Geometri. Memahami konsep-konsep yang dipelajari di sekolah dasar akan mengurangi kesulitan dalam matematika. Anak-anak didorong untuk berpikir logis dan mengembangkan keterampilan bernalar yang akan bermanfaat ketika mereka dewasa. Memungkinkan anak-anak membentuk hubungan antar angka dan memahami bagaimana matematika mental bekerja sama pentingnya. Setelah sekolah dasar, laporan resmi menunjukkan bahwa 25% dari anak-anak tidak memahami dasar-dasar matematika.

Oleh karena itu, sangat penting untuk menyesuaikan pengajaran dengan usia setiap siswa dan memberikan dukungan akademik yang mereka butuhkan untuk meningkatkan keterampilan belajar mereka. Ketika matematika tidak digunakan dalam dunia nyata, ia mungkin terlihat abstrak dan terlalu rumit. Ini adalah sumber banyak masalah pemahaman. Namun, sebagai orang tua, Anda harus yakin bahwa mendukung anak-anak Anda dalam matematika mudah. Ingatlah bahwa penggunaan matematika dalam kehidupan nyata dapat membantu anak memahami topik melalui visualisasi, yang juga membantu mereka mengingat apa yang telah mereka pelajari. Dengan menguasai materi dasar, siswa mempersiapkan diri untuk mengatasi kesulitan di masa depan, khususnya setelah mata pelajaran ini menjadi lebih terspesialisasi dan mereka mulai belajar fisika, misalnya.

Mengapa Matematika Penting dalam Keuangan?

Setelah lulus, para siswa di seluruh Indonesia melambaikan tangan untuk berpisah dengan pelajaran matematika. Namun, pada kenyataannya, matematika tidak pernah benar-benar mengabaikan apa pun! Bahkan jika Anda tidak menggunakan trigonometri, persamaan diferensial, atau fraksi dalam kehidupan sehari-hari, matematika selalu ada di sana. Menurut Aini, dkk (2021) khususnya dalam hal penganggaran, Matematika akan selalu ada di mana-mana, tidak peduli apa pekerjaan Anda. Tentu saja, ada perangkat lunak yang dapat membantu, tetapi jika Anda tidak tahu cara membuat rumus dalam lembar lajur Excel, Anda tidak akan bisa berhasil. Jadi, di manakah matematika membantu orang dewasa? 1) Penganggaran sehari-hari: Mempelajari cara merencanakan pengeluaran awal dan membuat keputusan tentang apa yang harus Anda beli dan bagaimana menghemat uang. 2) Proyek keuangan jangka panjang: seperti mengambil pinjaman atau membeli properti, yang mengharuskan Anda membandingkan dan merencanakan untuk masa depan. 3) Pajak: Untuk mengelola bisnis mereka dengan baik, setiap pengusaha harus memiliki kemampuan seperti penganggaran dan pemprakiraan. Mengisi laporan pajak dengan benar sangat penting untuk mengetahui berapa banyak pajak yang harus kamu bayar dan berapa banyak yang berhak kamu miliki. 4) Memahami Ekonomi Global: Ada yang mengatakan bahwa uang menggerakkan dunia. Beasiswa, keuangan, kebijakan ekonomi, dll. Orang-orang dalam masyarakat kita menggunakan matematika untuk merencanakan dan menganalisis.

Hubungan Antara Matematika dan Olahraga

Bahkan, olahraga pun bergantung pada matematika! Entah itu olahraga amatir maupun elit, matematika bisa membuat perbedaan dalam hal peningkatan kinerja. Atlet dapat memfokuskan pelatihan mereka pada titik kemajuan tertentu saat kemajuan dalam matematika dan teknologi memungkinkan pengembangan alat analisis kinerja baru.

Alat analisis kinerja memungkinkan analisis langsung dari ratusan elemen, seperti detak jantung, kekuatan otot, posisi di lapangan, kecepatan, dan tingkat kelelahan, dalam olahraga profesional dan elit. Menurut Mulyono, dkk (2022) bahkan praktik olahraga menggunakan matematika. Alat pemantau aktivitas olahraga dapat ditemukan di kaos, topi, bahkan raket! Untuk memberikan rekomendasi pelatihan yang disesuaikan dengan kebutuhan setiap atlet, prestasi mereka dipelajari secara menyeluruh. Atlet dapat menggunakan jenis analisis ini untuk maju beberapa sentimeter lebih jauh, menghindari cedera, mengoptimalkan masa pemulihan, dan meningkatkan teknik.

Ilmuwan olahraga selalu mempertimbangkan banyak hal untuk dipelajari. Para atlet yang merasa telah mencapai puncak atau yang membutuhkan sesuatu untuk difokuskan untuk meningkatkan teknik mereka dapat menemukan cara baru untuk melihat masalah melalui pemecahan masalah. Kebanyakan orang mungkin tidak tertarik ketika matematika mulai digunakan. Namun, catatan rekor baru terus dibuat sejak metode baru untuk kemajuan atlet ditemukan.

Manfaat Belajar Matematika dalam Kehidupan Sehari-Hari

Menurut Manfaat (2024) kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari adalah 1)Meningkatkan kemampuan analitis. Matematika melatih pemikiran analitis dan logis. Memahami konsep dasar, mengevaluasi data, dan menerapkan rumus yang tepat untuk menemukan solusi setiap masalah matematika menuntut kita untuk memahaminya. Analitis sangat bermanfaat dalam banyak bidang, seperti pemrograman komputer, penelitian ilmiah, dan bahkan pengambilan keputusan sehari-hari. Kemampuan analitis akan membantu kita membuat keputusan yang lebih baik dalam situasi seperti memilih investasi yang paling menguntungkan atau membuat anggaran belanja. 2) Meningkatkan Kemampuan Problem Solving. Matematika adalah tentang memecahkan masalah, dan setiap soal, mulai dari yang paling sederhana hingga yang paling kompleks, membutuhkan proses pemecahan masalah yang sistematis. Kemampuan ini sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam hal pendidikan maupun pekerjaan. Misalnya, kemampuan untuk menyelesaikan masalah dengan cara yang efektif dan efisien sangat dihargai di tempat kerja. 3) Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis. Matematika membuat kita berpikir kritis dan mempertanyakan asumsi kita. Dalam matematika, kita selalu harus memastikan bahwa setiap langkah yang kita ambil untuk menyelesaikan masalah adalah tepat dan logis. Berpikir kritis adalah kemampuan yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari, terutama ketika kita harus membuat keputusan yang memengaruhi orang lain atau kehidupan kita sendiri. Misalnya, kemampuan berpikir kritis akan membantu kita mengevaluasi informasi yang valid dari berbagai sumber. 4) Meningkatkan Ketelitian dan Disiplin. Setiap langkah dalam matematika membutuhkan ketelitian dan ketekunan. Kesalahan kecil dalam perhitungan atau penggunaan rumus dapat menyebabkan hasil yang salah. Akibatnya, mempelajari matematika mengajarkan kita untuk bekerja dengan cermat dan disiplin. Keahlian ini sangat penting dalam berbagai aspek kehidupan, seperti saat mengerjakan tugas administrasi atau mengelola proyek yang membutuhkan perhatian khusus. 5) Meningkatkan Kemampuan Manajemen Waktu. Matematika membantu kita mengatur waktu dengan lebih baik, misalnya, saat kita belajar matematika, kita harus mengalokasikan waktu yang cukup untuk memahami konsep, menyelesaikan soal, dan merevisi jawaban kita. Ini sangat penting dalam kehidupan sehari-hari, terutama saat kita harus menyelesaikan banyak tugas dalam waktu yang terbatas. 6) Meningkatkan Kemampuan Pengelolaan Keuangan. Dalam manajemen keuangan pribadi, pemahaman matematika sangat penting. Ini memungkinkan kita untuk membuat anggaran, menghitung bunga tabungan, memahami cara investasi bekerja, dan mengelola utang dengan lebih baik. Misalnya, kita bisa menggunakan matematika untuk menghitung bunga yang harus kita bayar jika kita mengambil pinjaman, atau untuk merencanakan tabungan pensiun yang cukup. 7) Meningkatkan Kreativitas. Matematika dapat meningkatkan kreativitas, meskipun ini mungkin terdengar aneh. Matematika sering mengharuskan kita berpikir out-of-the-box dan mencari solusi baru. Selain itu, kreativitas ini dapat digunakan dalam berbagai bidang kehidupan, seperti seni, desain, dan bahkan bisnis, di mana kita harus selalu mencari cara baru untuk menyelesaikan masalah. 8) Meningkatkan Kemampuan Komunikasi. Matematika mengajarkan kita untuk menyampaikan ide dan solusi secara logis dan mudah dipahami. Kemampuan ini sangat bermanfaat dalam komunikasi sehari-hari, baik secara pribadi maupun profesional. Misalnya, ketika kita perlu menjelaskan rencana atau ide kita kepada rekan kerja atau atasan, kita akan dapat menyampaikan informasi dengan cara yang jelas dan logis, dan komunikasi akan berjalan lebih baik. 9) Membuka Peluang Pendidikan Lanjutan. Mengetahui matematika sangat penting untuk banyak bidang studi, seperti fisika, kimia, ekonomi, dan teknik. Jika kita ingin menjadi insinyur, ilmuwan, atau ekonom, menguasai matematika adalah dasar yang penting untuk memahami konsep-konsep dalam bidang tersebut. 10) Meningkatkan Pemahaman tentang Teknologi. Banyak teknologi modern, seperti komputer dan smartphone, didasarkan pada prinsip-

prinsip matematika. Dengan memahami matematika, kita bisa lebih memahami dan memanfaatkan teknologi dengan lebih baik. Misalnya, algoritma dan struktur data yang digunakan dalam pemrograman komputer didasarkan pada konsep matematika. Dengan pengetahuan matematika yang baik, kita bisa mengembangkan dan menggunakan teknologi dengan lebih baik.

Daftar Pustaka

Sulaiman. (2019). Memecahkan Masalah SeHari-Hari dengan Matematika. Penerbit Duta.

Nurnugroho, B. A. (2012). Aplikasi Sederhana Matematika dalam Kehidupan Kita. PT Balai Pustaka (Persero).

NurdiniAtiqah. (2021). Pentingnya konsep dasar matematika pada kehidupan seHari-Hari dalam masyarakat. https://doi.org/10.31219/osf.io/zd8n7

Purba, C. D., Sinuhaji, N. B., & Ishak, H. (2024). Peran Penting critical thinking Matematika dalam Kehidupan SeHari-Hari. Jurnal Pendidikan Guru Matematika, 4(1). https://doi.org/10.33387/jpgm.v4i1.7290

Manfaat, B. (2024). Membumikan MATEMATIKA: Dari Kampus Ke Kampung. EDUVISION.

Mulyono, Darisman, E. K., Utomo, G. M., Pelamonia, S. P., & Faizah, H. (2022). Matematika OLAHRAGA Merancang Pembelajaran Berbasis hots Melalui teaching games for understanding (TGFU). Samudra Biru.

Aini, I. N., Effendi, K. N., & Kusmayadi, O. (2021). Belajar matematika ekonomi melalui lembar kerja. Penerbit NEM.

Profil Penulis

Dr. Inelsi Palengka', M.Pd.

Ketertarikan penulis terhadap Pendidikan matematika dimulai pada tahun 2008 silam. Hal tersebut membuat penulis memilih untuk masuk ke Universitas Kristen Indonesia Toraja dengan memilih Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA (2008), kemudian melanjutkan studi S2 pada program pascasarjana pada program studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Makassar (2013), dan S3 Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Surabaya (2017). Sejak tahun 2012 hingga sekarang tercatat sebagai dosen di program studi Pendidikan Matematika pada Universitas Kristen Indonesia Toraja. Penulis memiliki kepakaran dibidang Pendidikan Matematika. Dan untuk mewujudkan karir sebagai dosen profesional, penulis pun aktif sebagai peneliti dibidang kepakarannya tersebut. Beberapa penelitian yang telah dilakukan dipublikasikan pada jurnal nasional dan internasional bereputasi.

14

MENGAJARKAN MATEMATIKA DI ABAD 21

Diyah Sariana, S.Pd.
SMK N 68 Jakarta

Menjadi seorang *guru pelajaran Matematika* memang mempunyai tantangan tersendiri, *baik* bapak maupun ibu guru. Bagaimana tidak, karena pelajaran ini sering menjadi yang sering disebut ketika siswa ditanya tentang pelajaran apa yang tidak disuka atau dirasa sulit di sekolah.

Mengajar matematika di abad 21 memerlukan pendekatan yang adaptif dan inovatif untuk menghadapi perubahan dinamis dalam pendidikan serta kebutuhan siswa yang semakin beragam. Transformasi dalam teknologi dan pengetahuan global mendorong guru untuk mengintegrasikan teknik-teknik modern dalam pembelajaran matematika.

Matematika telah lama dianggap sebagai salah satu pilar utama dalam sistem pendidikan di seluruh dunia. Namun, dengan perkembangan teknologi dan perubahan tuntutan pasar kerja, pendekatan dalam mengajarkan matematika juga harus terus berubah. Era digital telah membawa perubahan signifikan dalam cara kita belajar dan bekerja, sehingga memunculkan kebutuhan untuk mengembangkan strategi pembelajaran matematika yang sesuai dengan zaman ini. Artikel ini akan membahas strategi pembelajaran matematika yang relevan dengan tuntutan abad ke 21.

Pendidikan merupakan salah satu faktor kunci dalam pembangunan sebuah masyarakat yang berkelanjutan dan maju. Dalam era globalisasi dan revolusi industri 4.0 seperti sekarang ini, pendidikan harus mampu menyesuaikan diri dengan berbagai perubahan dan tantangan yang terjadi. Salah satu aspek pendidikan yang memegang peran penting adalah pembelajaran matematika. Matematika tidak hanya menjadi bagian integral dari kurikulum pendidikan, tetapi juga merupakan landasan bagi banyak disiplin ilmu lainnya serta kehidupan sehari-hari.

Pendekatan adaptif dalam pengajaran matematika berarti memodifikasi strategi pengajaran berdasarkan kebutuhan dan kemampuan siswa. Anderson (2012) menyatakan bahwa "sistem pembelajaran adaptif membantu siswa belajar dengan kecepatan dan cara yang paling sesuai untuk mereka, yang memungkinkan mereka mengatasi kesulitan dengan lebih efektif". Penggunaan teknologi seperti aplikasi pembelajaran berbasis adaptif dapat menyesuaikan materi dengan kebutuhan individu siswa, sehingga pembelajaran lebih personal dan efisien.

Sementara itu, **pendekatan inovatif** mengacu pada metode-metode baru yang dirancang untuk meningkatkan keterlibatan siswa dalam pembelajaran. Salah satu contoh adalah flipped classroom, di mana siswa "mempelajari materi secara mandiri di luar kelas dan menggunakan waktu kelas untuk menerapkan konsep-konsep tersebut melalui diskusi dan kegiatan kolaboratif". Pendekatan ini memungkinkan interaksi yang lebih mendalam antara siswa dan guru, serta mendorong siswa untuk lebih mandiri dan terlibat aktif dalam proses belajar.

Berger (2014) menegaskan bahwa "penerapan flipped classroom di kelas matematika memungkinkan guru untuk memberikan perhatian lebih pada pengembangan keterampilan pemecahan masalah dan kolaborasi". Pendekatan inovatif lain termasuk penggunaan pembelajaran berbasis proyek dan game edukatif yang dirancang untuk meningkatkan keterlibatan dan motivasi siswa dalam memahami konsep matematika yang abstrak.

Teknologi juga memainkan peran kunci dalam inovasi pembelajaran. Menurut Smith (2015), "integrasi teknologi dalam pengajaran matematika membuka peluang baru untuk visualisasi konsep-konsep yang sulit dan memungkinkan pembelajaran yang lebih interaktif dan menarik". Guru bisa menggunakan simulasi atau perangkat lunak matematika untuk memberikan representasi visual yang lebih konkret bagi siswa, sehingga membantu mereka memahami konsep-konsep kompleks dengan lebih baik.

Hemm, kalau sudah begitu, bapak atau ibu guru harus semakin pintar-pintar *nih* dalam membuat Matematika bisa menjadi pelajaran yang justru akan difavoritkan siswa.

Inovasi Pendekatan Pembelajaran Matematika

Dalam pendidikan matematika orientasi tujuan pembelajaran sangat ditekankan pada pengembangan karakter, kompetensi, dan literasi yang luas. Ini bukan hanya tentang memahami rumus matematika, tetapi juga tentang membentuk individu yang mampu berpikir kreatif, kritis, dan menjadi pemecah masalah ulung. Berikut akan dibahas bagaimana inovasi dalam metode pembelajaran matematika, dengan fokus pada beberapa pendekatan, yaitu STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics), Blended Learning, Pembelajaran Berbasis Game, dan Simulasi Matematika, dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika. Keempat pendekatan ini membentuk cara kita belajar dan mengajar matematika, membantu siswa memahami konsep, mengembangkan keterampilan, dan menghadapi tantangan matematika dalam dunia yang semakin kompleks dan berubah dengan cepat. Dalam poin ini, kita akan membahas bagaimana keempat pendekatan ini dapat diterapkan

dalam pembelajaran matematika, manfaatnya, serta tantangan yang mungkin dihadapi dalam menerapkannya.

1. STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematic*s). Pendekatan STEM diidentifikasikan sebagai pembelajaran yang menggabungkan empat disiplin

   ilmu yaitu Science, Teknologi, Engineering dan Mathematics dengan memfokuskan proses pembelajaran yang mengeksplorasi dua atau lebih bidang yang melibatkan siswa aktif dalam konteks pemecahan masalah dalam dunia nyata (Saifudin:2024). Menyatakan bahwa ke-empat disiplin ilmu yang terintegrasi dalam STEM tersebut harus menjadi satu kesatuan yang holistik.

a. Pendekatan

Integrasi STEAM dalam pembelajaran matematika melibatkan kolaborasi antara guru berbagai disiplin ilmu. Misalnya, siswa dapat memecahkan masalah matematika dalam konteks proyek rekayasa atau seni yang menggabungkan konsep matematika dengan disiplin lain, memungkinkan mereka untuk melihat relevansi matematika dalam berbagai aspek kehidupan.

b. Manfaat

Memungkinkan siswa untuk melihat konsep matematika dalam konteks dunia nyata, meningkatkan daya tarik pembelajaran matematika, dan mempromosikan pemikiran lintas disiplin.

c. Tantangan

Memerlukan kolaborasi yang efektif antara guru berbagai mata pelajaran dan mengintegrasikan kurikulum yang padat.

2. *Blended Learning*

Blended Learning diartikan sebagai pencampuran antara online dan pertemuan tatap muka (face to-face meeting) dalam satu aktivitas pembelajaran yang terintegrasi (Saifudin:2024). Siswa dapat mengakses materi matematika secara daring, menyelesaikan latihan interaktif atau modul online, dan kemudian berpartisipasi dalam sesi tatap muka untuk diskusi lebih lanjut, pemecahan masalah, atau berbagai kegiatan matematika.

a. Penerapan: Mengintegrasikan platform pembelajaran daring dengan pembelajaran tatap muka. Siswa dapat mengakses materi matematika secara online, menyelesaikan latihan, dan berdiskusi dalam kelas.
b. Manfaat: Memberikan fleksibilitas waktu dan tempat bagi siswa, mengadaptasi pembelajaran sesuai dengan tingkat kemampuan individual, dan memanfaatkan teknologi untuk interaksi siswa yang lebih efektif.

c. Tantangan: Memerlukan akses internet yang stabil, pelatihan guru dalam teknologi, dan pemantauan yang cermat terhadap perkembangan setiap siswa.

3. Simulasi Matematika

Penggunaan simulasi komputer untuk menggambarkan situasi matematika dalam konteks dunia nyata. Misalnya, siswa dapat menggunakan simulasi untuk memahami konsep statistik atau geometri dengan melihat dampaknya dalam situasi nyata.

a. Penerapan: Memanfaatkan perangkat lunak simulasi untuk memvisualisasikan konsep matematika dalam konteks dunia nyata.
b. Manfaat: Memungkinkan siswa untuk eksplorasi konsep matematika dengan cara yang visual dan praktis, membantu memahami konsep yang abstrak.
c. Tantangan: Memerlukan akses ke perangkat lunak simulasi yang berkualitas, serta pemahaman teknis untuk menggunakannya dengan efektif.

4. Pembelajaran Berbasis Game

Pembelajaran Berbasis Game pada matematika adalah pendekatan yang memanfaatkan permainan edukatif sebagai alat untuk mengajar dan mempelajari konsep-konsep matematika. Dalam metode ini, elemen-elemen permainan, seperti tantangan, penghargaan, kompetisi, dan imersi, digunakan untuk meningkatkan keterlibatan siswa dalam pembelajaran matematika. Kiili, Moeller, dan Ninaus mengungkapkan, bahwa penggunaan game dapat meningkatkan pengetahuan konsep siswa secara efektif.

a. Penerapan: Menggunakan permainan edukatif matematika yang interaktif untuk mengajarkan konsep matematika.
b. Manfaat: Meningkatkan motivasi belajar siswa, membantu perasaan takut terhadap matematika, dan memungkinkan pemahaman yang mendalam melalui tantangan matematika yang menarik.

b. Tantangan: Memerlukan pengembangan game yang efektif, penyesuaian dengan kurikulum resmi, dan pemantauan waktu penggunaan.

Dalam pengimplementasiannya di kelas, tidak ada strategi atau metode pembelajaran yang dapat dianggap sebagai solusi sempurna di setiap situasi. Setiap sekolah dan kelas memiliki karakteristik yang berbeda, seperti tingkat kemampuan siswa, sumber daya yang tersedia, dan tujuan pembelajaran yang spesifik. Bahkan pemanfaatan teknologi dalam pembelajaran harus disesuaikan dengan kondisi siswa dan kemampuan sekolah. Penting untuk mengakui bahwa pendekatan yang efektif di satu lingkungan pembelajaran mungkin tidak akan memberikan hasil yang sama di lingkungan lain. Oleh karena itu, pendidik harus fleksibel dalam merancang metode pembelajaran yang sesuai dengan konteks kelas.

Inovasi pembelajaran yang baik tentunya harus menggunakan sistem pembelajaran yang tepat, dengan kriteria sebagai berikut : mempunyai daya tarik, daya guna (efektifitas), dan hasil guna (efisiensi). Hal tersebut dibutuhkan untuk meningkatkan minat, motivasi, dan keaktifan peserta didik dalam pembelajaran, terutama dalam pembelajaran matematika. Wandani (2016) membuktikan dalam penelitiannya bahwa penggunaan multimedia interaktif dan software matematika mampu meningkatkan motivasi dan pemahaman peserta didik dalam pembelajaran matematika. Penggunaan teknologi dapat membantu peserta didik mensimulasikan, memodelkan, membuat percobaan, memvisualisasikan dalam memperjelas suatu konsep matematika yang abstrak. Murtiyasa (2016) mengatakan bahwa peserta didik membutuhkan penggunaan teknologi sebagai problem solver, kolaborator, komunikator, dan kreator yang efektif.

Perkembangan teknologi yang pesat, perubahan paradigma dalam pembelajaran, serta kebutuhan akan keterampilan matematika yang lebih tinggi menjadi elemen-elemen yang memperumit proses pendidikan saat ini. Dalam poin ini, akan dibahas secara lebih mendalam tantangan-tantangan tersebut yang telah menciptakan tekanan dan perubahan substansial dalam pendidikan matematika, sehingga memerlukan refleksi mendalam dan pemikiran kreatif untuk mengatasi mereka.

a. Keterbatasan Keterampilan Guru
   Banyak guru yang mungkin belum memiliki keterampilan yang cukup dalam menggunakan teknologi pendidikan canggih. Tantangan utama adalah melatih dan mendukung guru-guru ini agar mereka dapat mengintegrasikan teknologi dengan efektif dalam pengajaran matematika.
b. Kesenjangan Akses Teknologi
   Tidak semua siswa memiliki akses yang sama ke perangkat komputasi dan internet. Siswa di daerah terpencil atau dengan latar belakang ekonomi yang terbatas mungkin mengalami kesulitan dalam mengakses teknologi pendidikan, menciptakan kesenjangan akses yang perlu diatasi.
c. Integrasi Kurikulum
   Menyelaraskan teknologi dengan kurikulum matematika yang ada bisa menjadi tantangan. Penting agar teknologi mendukung, bukan menggantikan, kurikulum yang ada dan memberikan nilai tambah pada pembelajaran matematika.
d. Ketergantungan pada Teknologi
   Terlalu bergantung pada teknologi juga bisa menjadi tantangan. Siswa harus tetap memiliki pemahaman dasar matematika dan kemampuan pemecahan masalah tanpa bergantung sepenuhnya pada alat teknologi

5. Perubahan Budaya dan Mentalitas

   Perubahan budaya dan mentalitas di kalangan pendidik, siswa, dan orang tua mungkin diperlukan untuk merangkul inovasi ini. Mengubah cara tradisional dalam pengajaran matematika memerlukan adaptasi yang komprehensif.

   Karena secara filosofis matematika adalah sistem pengetahuan yang dibangun dan dipahami secara konstruktif oleh alam pikiran manusia melalui serangkaian proses pengalaman hidup, bukan sistem pengetahuan yang sifatnya *ready-made concept* (Ernest, 1991; Freudenthal, 1991), maka peranan teknologi sebagai partner, mitra, atau alat bantu pembelajaran adalah hal yang paling tepat ketika teknologi diintegrasikan dalam pembelajaran. Dalam hal ini, perlu dihindari agar integrasi teknologi tidak mengakibatkan pemahaman konseptual siswa tentang matematika semakin buruk atau menggantikan peran intuisi siswa dalam bermatematika. Sebaliknya, kita perlu memastikan bahwa teknologi digunakan dengan bijak untuk memperkaya pemahaman siswa dan merangsang pengembangan intuisi matematika mereka.

Metode-Metode Inovasi Pembelajaran Matematika di Abad 21

Di abad 21, pendekatan dalam mengajar matematika mengalami transformasi besar seiring dengan kemajuan teknologi dan perubahan kebutuhan pembelajaran. Metode-metode baru diperkenalkan untuk mengakomodasi kebutuhan generasi digital, dengan fokus pada kolaborasi, pemecahan masalah, dan pemikiran kritis. Guru dituntut untuk menguasai berbagai metode pengajaran yang tidak hanya berpusat pada guru (*teacher-centered*) tetapi juga melibatkan siswa secara aktif (*student-centered*).

1. Metode Pembelajaran Berbasis Masalah (*Problem-Based Learning* - PBL) PBL adalah metode yang melibatkan siswa dalam memecahkan masalah nyata sebagai cara untuk mengembangkan keterampilan matematika dan pengetahuan konseptual. Dalam metode ini, siswa diajak untuk berpikir kritis, mencari solusi, dan bekerja dalam tim. Hal ini relevan dengan kebutuhan abad 21 yang menekankan pada pemecahan masalah dan kolaborasi.

2. Pendekatan Pembelajaran Berbasis Proyek *(Project-Based Learning*) Metode ini menekankan pada pengembangan proyek yang memerlukan pemahaman mendalam tentang konsep matematika. Siswa bekerja dalam kelompok untuk menyelesaikan proyek yang relevan dengan kehidupan nyata. Hal ini mendorong siswa untuk mengaplikasikan konsep matematika dalam konteks yang lebih luas dan praktis.

3. Pembelajaran Berbasis Teknologi Di era digital, penggunaan teknologi dalam pengajaran matematika menjadi krusial. Alat-alat seperti aplikasi matematika, software pengolah data, dan simulasi

online dapat membantu siswa memahami konsep yang kompleks dengan lebih mudah. Pembelajaran berbasis teknologi juga memungkinkan pembelajaran yang lebih personal, di mana siswa dapat belajar dengan kecepatan mereka sendiri.

4. Pembelajaran Differensiasi *(Differentiated Instruction*) Metode ini melibatkan penyesuaian cara mengajar sesuai dengan kebutuhan, gaya belajar, dan kemampuan siswa. Di kelas matematika, guru dapat menggunakan berbagai metode seperti manipulatif, visual, dan strategi berbasis teknologi untuk memenuhi kebutuhan individu.

5. Pembelajaran Kooperatif (*Cooperative Learning*) Metode ini melibatkan siswa dalam kelompok kecil untuk saling membantu dalam memahami konsep matematika. Pembelajaran kooperatif menekankan pada kerja sama, komunikasi, dan tanggung jawab individu dalam konteks kelompok.

Metode-metode di atas menekankan pada pengembangan keterampilan abad 21, seperti pemikiran kritis, kolaborasi, dan literasi digital. Setiap metode memiliki kelebihan dan kekurangan yang perlu disesuaikan dengan konteks kelas dan karakteristik siswa. Misalnya, PBL dan pembelajaran berbasis proyek sangat efektif untuk meningkatkan keterlibatan siswa, tetapi memerlukan waktu persiapan yang lebih panjang dari guru. Sementara itu, pembelajaran berbasis teknologi memerlukan ketersediaan alat dan infrastruktur yang memadai.

Teknologi saat ini sudah banyak tersedia dalam bentuk dan model apapun. Itu akan lebih memudahkan guru untuk merencanakan pembelajaran matematika lebih menarik dan pembelajaran akan jadi lebih bermakna. Mari para guru kita sama-sama upgrade kemampuan tekhnologi dan pengetahuan tentang pedagogik sebagai guru matematika untuk menghadapi tantangan dan peluang yang ada. Menurut penulis Berikut beberapa strategi yang bisa diterapkan:

1. Integrasi Teknologi

   a. Software dan Aplikasi: Gunakan alat seperti GeoGebra, Wolfram Alpha, atau Microsoft Excel untuk membantu visualisasi dan pemahaman konsep matematika.

b. Platform Pembelajaran: Manfaatkan platform e-learning seperti Khan Academy atau Coursera untuk menyediakan materi tambahan dan latihan interaktif.

2. Pendekatan Berbasis Masalah

   a. Masalah Dunia Nyata: Sajikan masalah yang relevan dengan kehidupan sehari-hari atau isu-isu global, seperti perhitungan keuangan pribadi atau analisis data.

   b. Proyek Kolaboratif: Dorong siswa untuk bekerja dalam kelompok pada proyek yang memerlukan penerapan konsep matematika.

3. Pembelajaran Aktif

   a. Diskusi dan Tanya Jawab: Ajak siswa berpartisipasi aktif melalui diskusi, tanya jawab, dan pemecahan masalah bersama.

   b. Simulasi dan Permainan: Gunakan permainan edukatif atau simulasi untuk menjelaskan konsep matematika dengan cara yang menyenangkan.

4. Differensiasi Instruksi

   a. Kebutuhan Siswa: Sesuaikan materi dan metode pengajaran berdasarkan kebutuhan dan kemampuan individu siswa.

   b. Bimbingan Pribadi: Berikan dukungan tambahan atau tantangan ekstra untuk siswa yang membutuhkan atau yang sudah lebih maju.

5. Peningkatan Keterampilan Kritis dan Kreatif

   a. Berpikir Kritis: Ajak siswa untuk mengeksplorasi berbagai metode pemecahan masalah dan mempertimbangkan solusi alternatif.

   b. Kreativitas dalam Matematika: Dorong siswa untuk menemukan cara-cara baru dalam menerapkan konsep matematika.

6. Evaluasi dan Umpan Balik
    a. Penilaian Formatif: Gunakan kuis dan penilaian formatif untuk memantau kemajuan siswa dan menyesuaikan strategi pengajaran.
    b. Umpan Balik Konstruktif: Berikan umpan balik yang jelas dan konstruktif untuk membantu siswa memahami kekuatan dan area yang perlu diperbaiki.
7. Pembelajaran Berbasis Data
    a. Analisis Data: Ajak siswa untuk mengumpulkan dan menganalisis data, serta menghubungkannya dengan konsep matematika yang dipelajari.
    b. Proyek Riset: Sediakan kesempatan bagi siswa untuk melakukan proyek riset matematika yang melibatkan pengumpulan dan interpretasi data.

Apapun strategi yang digunakan dapat disesuaikan dengan materi matematika, gaya belajar siswa dan karakter siwa di kelasnya masing-masing.

Gambar contoh di buku teks yang membosankan dan sistem mengajar satu arah bisa membuat siswa semakin “mumet” dengan matematika. Menggunakan foto atau video yang mengilustrasikan soal bisa kita lakukan agar siswa menjadi lebih memerhatikan karena ada daya tarik visual.

Sebagai pengawal, kita bisa memberikan masalah matematika yang pendek dengan unsur yang diketahui lebih sedikit. Kemudian, pancing siswa untuk bertanya petunjuk lain yang bisa membantu menyelesaikan soal perlahan-lahan. Hal ini untuk mengetahui apakah siswa sudah mengerti konsep rumus dan membuat mereka lebih aktif.

Tidak dipungkiri bahwa *games* adalah salah satu cara untuk membuat siswa tertarik belajar. Nah, bapak atau ibu guru bisa menyusun *games* kompetisi antar kelompok untuk menyelesaikan soal matematika.

Kemampuan siswa juga dapat terlihat *lho* dari sini, karena mereka tidak mendapat tekanan “nilai” sehingga murni bisa kita ukur sejauh mana dia paham materi pelajaran.

Memang cukup sulit untuk menganalisa per individu seluruh siswa, namun mulai petakan siswa Bapak/Ibu Guru melalui materi yang paling sulit bagi siswa, analisis hasil kuis dan ujian mereka, dan siswa siapa saja yang kesulitan dalam belajar Matematika.

Setelah siswa terpetakan dengan baik, Bapak/Ibu guru dapat membentuk kelompok belajar yang terdiri dari siswa yang diharapkan akan saling melengkapi, misalnya yaitu perpaduan antara beberapa siswa yang cepat dan mudah mengerti dengan siswa yang sedikit mengalami kesulitan. Apakah Bapak/Ibu Guru mempunyai trik tersendiri ketika mengajar Matematika atau pelajaran eksakta yang cukup sulit lainnya? Boleh dibagikan di kolom komentar agar para guru semua dapat saling belajar dalam meningkatkan kualitas sebagai seorang pengajar.

Daftar Pustaka

Anderson, T. (2012). *Adaptive Learning Systems: Personalizing Education for Every Student*. San Francisco: Learning Innovations Press.

Berger, R. (2014). *Flipped Classroom in Mathematics: Enhancing Problem-Solving and Collaboration Skills*. London: Academic Press.

Smith, J. (2015). *Integrating Technology in Mathematics Education: Opportunities and Challenges*. New York: Education Press.

Daryanto, & Karim, S. (2017). *Pembelajaran Abad 21*. Penerbit Gava Media.

Arends, R. I. (2012). *Learning to Teach*. Penerbit Salemba Humanika.

Hadi, S. (2017). *Metode Pembelajaran Matematika di Era Digital*. Penerbit Rajawali Pers.

Suherman, E. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Penerbit UPI Press.

Suyanto, E., & Jihad, A. (2013). *Menjadi Guru Profesional*. Penerbit Erlangga.

Saifudin, M.N., Cahyaningrum, Z.F., Habiba, D.H.I., Ulayya, S.D., & Susilo, B.E. (2024). Studi Literatur :

Tantangan dan Peluang: Inovasi Pembelajaran Matematika di Era Revolusi Industri 4.0.. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika 7*, 906-913.

Kiili, K., Moeller, K., & Ninaus, M. (2018). *Educational Games and Mathematics Learning: Effectiveness and Applications*. New York: Routledge.

Wandani, I. G. A. (2016). *Pengaruh Multimedia Interaktif dan Software Matematika terhadap Motivasi dan Pemahaman Siswa*. Jakarta: Penerbit Media Edukasi

Murtiyasa, B. (2016). *Pemanfaatan Teknologi dalam Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: Falmer Press.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Profil Penulis

Diyah Sariana

Penulis sangat senang mempelajari matematika, hal menjadikan penulis masuk ke Sekolah Menengah Atas dengan memilih jurusan IPA pada masa itu dan berhasil lulus tahun 2002. Penulis kemudian melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi dan berhasil menyelesaikan studi S1 di prodi pendidikan Matematika UNINDRA pada tahun 2006. Tahun 2004 penulis mengawali karirnya sebagai asistent pembiimbing di KUMON Citra Grand. Disana mendapatkan metode belajar matematika yang mengutamakan kecepatan berpikir dan logika tingkat tinggi. Pada tahun 2008 penulis memulai karir didunia pendidikan dengan mengajar di SMK PKP 1 DKI Jakarta selama kurang lebih 13 tahun. Dan saat ini penulis menetap di SMK Negeri 68 Jakarta sebagai Guru Matematika dan berstatus PPPK..

Penulis memiliki kepakaran dibidang matematika dan juga di bidang non akademik. Penulis saat ini dipercayakan sebagai pengurus Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) Matematika wilayah Jakarta Timur 2 dan sebagai koordinator pembina PMR kecamatan Ciracas. MGMP Matematika wilayah Jakarta Timur 2 yang terkenal aktif sebagai penunjang bagi penulis untuk mengembangkan kompetensi diri sebagai guru matematika dan juga sebagai wadah aspirasi seluruh guru matematika di wilayah Jakarta Timur 2 pada khususnya dan wilayah DKI Jakarta pada umumnya. Penulis mencoba menuangkan keilmuan matematikanya dalam tulisan ini dengan harapan bahwa tulisannya dapat bermanfaat untuk khalayak umum.

Email Penulis: dyhsmart@gmail.com

15

MASA DEPAN MATEMATIKA

Dr. Hersiyati Palayukan , M.Pd.
Universitas Kristen Indonesia Toraja

Pendahuluan

1. Gambaran Umum Masa Depan Matematika

   Matematika telah menjadi fondasi utama dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknologi, dan perannya semakin krusial di abad ke-21. Di era ini, perkembangan teknologi yang cepat, seperti kecerdasan buatan (AI), komputasi kuantum, dan analisis big data, sangat bergantung pada kemajuan matematika. Matematika bukan hanya tentang perhitungan, tetapi juga tentang pola, struktur, dan logika yang menjadi landasan bagi inovasi teknologi. Misalnya, algoritma yang digunakan dalam AI dan machine learning didasarkan pada matematika yang kompleks, seperti aljabar linear, kalkulus, dan teori probabilitas, yang memungkinkan mesin untuk belajar dan membuat prediksi dari data yang ada (Deisenroth, et al., 2020).

   Selain itu, matematika memainkan peran penting dalam pemecahan masalah global, seperti pemodelan iklim untuk memahami perubahan cuaca dan pengembangan algoritma kriptografi untuk keamanan digital. Peran ini menunjukkan bagaimana matematika berkontribusi tidak hanya pada kemajuan teknologi tetapi juga pada kesejahteraan manusia. Misalnya, pemodelan matematika dalam epidemiologi membantu dalam meramalkan penyebaran penyakit menular dan merancang strategi mitigasi yang efektif (Vespignani et al., 2020).

Di dunia kerja, matematika menjadi keterampilan yang sangat dibutuhkan, tidak hanya bagi ilmuwan dan insinyur tetapi juga bagi profesional di bidang keuangan, manajemen, dan bahkan seni kreatif. Kemampuan matematika yang kuat memungkinkan individu untuk menganalisis data, memecahkan masalah, dan membuat keputusan berbasis bukti. Oleh karena itu, pentingnya matematika di masa depan tidak bisa diremehkan; ia adalah motor penggerak yang memungkinkan masyarakat untuk mengatasi tantangan kompleks dan menciptakan solusi inovatif yang berdampak luas.

2. Pentingnya Berpikir Kritis dan Kreatif

Dalam menghadapi tantangan abad ke-21, keterampilan berpikir kritis dan kreatif menjadi semakin penting, terutama dalam konteks pendidikan matematika. Berpikir kritis memungkinkan individu untuk menganalisis informasi, mengevaluasi argumen, dan membuat keputusan yang logis, sementara berpikir kreatif mendorong inovasi dan pemecahan masalah yang tidak konvensional. Matematika, dengan karakteristiknya yang melibatkan logika dan pemecahan masalah, berfungsi sebagai alat yang efektif untuk mengembangkan kedua keterampilan ini.

Pendidikan matematika saat ini didesain untuk tidak hanya mengajarkan prosedur perhitungan, tetapi juga untuk melibatkan siswa dalam proses berpikir yang lebih mendalam, seperti membangun argumen matematika, mencari pola, dan membuat generalisasi. Pendekatan ini bertujuan untuk mempersiapkan siswa menghadapi dunia yang kompleks dan dinamis di mana mereka diharapkan tidak hanya menjadi pengguna teknologi, tetapi juga pencipta inovasi baru. Misalnya, metode pembelajaran berbasis proyek (project-based learning) dan pembelajaran berbasis masalah (problem-based learning) telah terbukti efektif dalam mengasah kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa (Boaler, 2016).

Secara global, matematika membantu menyelesaikan masalah kompleks, seperti optimasi sumber daya dalam ekonomi, perencanaan kota pintar, dan bahkan desain algoritma untuk kendaraan otonom. Kemampuan untuk berpikir secara kritis dan kreatif memungkinkan para matematikawan dan profesional lain untuk menerjemahkan masalah dunia nyata menjadi model matematika yang dapat dianalisis dan diselesaikan. Dengan demikian, matematika berfungsi sebagai bahasa universal yang menghubungkan ide-ide inovatif dengan implementasi praktis, menciptakan jembatan antara teori dan aplikasi.

Ke depan, penguasaan matematika dan kemampuan untuk berpikir kritis dan kreatif akan menjadi lebih dari sekadar kebutuhan akademis; ini adalah keterampilan hidup yang vital dalam menghadapi ketidakpastian dan kompleksitas dunia modern. Oleh karena itu, investasi dalam pendidikan matematika yang berfokus pada pengembangan keterampilan ini adalah langkah strategis untuk mempersiapkan generasi masa depan menghadapi tantangan global yang terus berkembang.

Transformasi Matematika di Era Digital

1. Peran AI dan Pembelajaran Mesin dalam Matematika

   Kecerdasan buatan (AI) dan pembelajaran mesin telah merevolusi cara kita mempelajari dan menerapkan matematika. Teknologi ini digunakan dalam pemodelan prediktif, analisis data besar, dan optimasi, serta memecahkan masalah matematika kompleks. Contoh nyata adalah penggunaan AI dalam memecahkan masalah matematika kompleks, seperti Conjecture Twin Prime, yang menunjukkan kemampuan algoritma AI dalam mengeksplorasi ruang solusi yang luas dan rumit (Deisenroth, et al., 2020).

2. Komputasi Kuantum dan Implikasinya

   Komputasi kuantum menawarkan perhitungan yang jauh lebih cepat dan kompleks dibandingkan dengan komputasi klasik, mempengaruhi teori matematika secara signifikan. Meskipun memiliki potensi besar untuk memecahkan masalah matematika yang belum terpecahkan, komputasi kuantum juga menghadirkan tantangan etis, seperti risiko penyalahgunaan dalam pembobolan sistem kriptografi modern (Nielsen & Chuang, 2010).

3. Big Data dan Matematika sebagai Penggerak Data Science

   Matematika merupakan fondasi utama dalam data science, mendukung pengolahan data besar dan pengambilan keputusan berbasis data. Dalam berbagai bidang seperti kesehatan, bisnis, dan lingkungan, analisis prediktif berbasis matematika membantu meningkatkan efisiensi dan menyediakan wawasan baru, menjadikannya alat yang vital dalam memahami dan mengelola informasi kompleks (Provost & Fawcett, 2013).

Matematika sebagai Alat Pemecahan Masalah Global

1. Pemodelan Matematika dalam Menyelesaikan Isu Lingkungan

   Matematika berperan penting dalam memodelkan perubahan iklim, membantu meramalkan dan menganalisis data lingkungan untuk menciptakan solusi berkelanjutan. Model matematika memungkinkan simulasi skenario yang membantu dalam pengambilan keputusan yang mendukung keberlanjutan lingkungan.

2. Keamanan Siber dan Kriptografi Modern

   Dalam era digital, matematika melalui kriptografi modern menjadi kunci untuk menjaga keamanan informasi global. Algoritma kriptografi terus berkembang, didukung oleh teori matematika, untuk melindungi data dari ancaman peretasan dan memastikan keamanan siber di tingkat internasional (Paar & Pelzl, 2010).

Masa Depan Pendidikan Matematika: Mengasah Berpikir Kritis dan Kreatif

1. Digitalisasi Pembelajaran Matematika

   Digitalisasi telah membawa transformasi signifikan dalam pembelajaran matematika dengan memanfaatkan teknologi adaptif, augmented reality (AR), dan virtual reality (VR). Teknologi ini menjadikan pembelajaran lebih interaktif dan menarik, memungkinkan siswa untuk memvisualisasikan konsep matematika yang kompleks dengan cara yang lebih mendalam dan intuitif. Pengalaman belajar yang diperkuat oleh teknologi ini tidak hanya meningkatkan pemahaman siswa, tetapi juga membuat proses pembelajaran lebih relevan dan menyenangkan (Silverman & Van Langen, 2014).

2. Pembelajaran Berbasis Proyek untuk Matematika

   Pendekatan pembelajaran berbasis proyek (project-based learning) mendorong siswa untuk menerapkan pemikiran kritis dan kreatif dalam memecahkan masalah nyata. Melalui proyek seperti pemodelan matematika untuk isu lingkungan atau desain algoritma, siswa tidak hanya belajar konsep matematika tetapi juga bagaimana menghubungkannya dengan aplikasi dunia nyata. Pendekatan ini memberikan konteks yang lebih kaya dan bermakna dalam pembelajaran, mendorong siswa untuk menjadi pemecah masalah yang inovatif (Trilling & Fadel, 2009).

3. Integrasi STEM dan Pengembangan Keterampilan Abad 21

   Integrasi matematika dalam pendidikan STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics) memainkan peran penting dalam mengembangkan keterampilan yang dibutuhkan untuk menghadapi tantangan abad ke-21. Melalui pendekatan interdisipliner, siswa diajarkan untuk berpikir kritis, memecahkan masalah kompleks, dan berkolaborasi secara kreatif. Matematika menjadi lebih dari sekadar disiplin ilmu; ia berfungsi sebagai alat untuk memahami dan merancang solusi bagi tantangan global, mempersiapkan siswa untuk beradaptasi dalam dunia yang terus berubah.

Tantangan dan Peluang Matematika di Masa Depan

1. Etika dalam Penggunaan Matematika dan Teknologi

   Penggunaan matematika dalam teknologi canggih seperti AI menimbulkan tantangan etika yang signifikan. Ada kebutuhan mendesak untuk memastikan bahwa penerapan matematika dilakukan secara etis dan bertanggung jawab, menghindari potensi penyalahgunaan yang dapat merugikan masyarakat. Pengembangan kebijakan dan panduan etis yang jelas menjadi krusial untuk mengatur penggunaan matematika dalam teknologi yang berkembang pesat. Misalnya, algoritma AI yang digunakan dalam sistem penilaian kredit atau rekrutmen dapat memperkuat bias yang ada jika tidak dirancang dan diterapkan dengan hati-hati. Kasus seperti algoritma yang mempengaruhi keputusan kredit dengan bias rasial menunjukkan pentingnya pengembangan kebijakan dan panduan etis yang jelas. Memastikan transparansi dan akuntabilitas dalam penerapan matematika dan AI menjadi krusial untuk menghindari potensi penyalahgunaan yang merugikan masyarakat (O'Neil, 2016).

2. Kesenjangan Akses Terhadap Pendidikan Matematika

   Ketidakmerataan akses terhadap pendidikan matematika masih menjadi tantangan besar, terutama di negara-negara berkembang. Sebagai contoh, di beberapa daerah terpencil, kurangnya fasilitas pendidikan dan teknologi membatasi kesempatan siswa untuk belajar matematika dengan baik. Inisiatif seperti program "Mathematics Without Borders" yang menyediakan sumber daya pendidikan dan pelatihan bagi guru di negara-negara kurang berkembang, membantu mengurangi kesenjangan ini. Inisiatif global, seperti program pendidikan inklusif dan akses teknologi, diperlukan untuk mengurangi kesenjangan ini. Hal ini akan memastikan bahwa semua individu, tanpa memandang latar belakang geografis atau ekonomi, memiliki kesempatan yang setara untuk memperoleh pendidikan matematika yang berkualitas (OECD, 2012).

3. Kolaborasi Global dalam Riset Matematika

   Kolaborasi internasional dan antar-disiplin adalah kunci dalam menghadapi tantangan matematika di masa depan. Contoh nyata adalah proyek "Horizon 2020" yang didanai oleh Uni Eropa, yang memfasilitasi kerjasama global dalam riset matematika dan ilmu pengetahuan lainnya untuk mengatasi masalah kompleks seperti perubahan iklim dan keamanan siber. Kolaborasi ini tidak hanya mempercepat inovasi tetapi juga memungkinkan berbagi sumber daya, ide, dan perspektif dari berbagai belahan dunia, yang pada gilirannya mempercepat kemajuan matematika dan solusi global yang lebih efektif. Melalui kerja sama global, penelitian matematika dapat berkembang lebih cepat, menghadirkan inovasi dan solusi yang lebih efektif untuk tantangan kompleks. Kolaborasi ini juga membuka peluang untuk berbagi sumber daya, ide, dan perspektif yang dapat mempercepat kemajuan matematika di seluruh dunia. (European Commission, 2014).

Kesimpulan

Matematika akan tetap menjadi elemen fundamental dalam membentuk kemampuan berpikir kritis dan kreatif, serta sebagai alat yang esensial untuk memecahkan masalah global yang semakin kompleks. Di tengah perkembangan teknologi dan tantangan dunia yang dinamis, pendidikan, penelitian, dan teknologi matematika harus terus beradaptasi agar relevan dan bermanfaat. Investasi pada pendidikan matematika yang inklusif, mendorong kolaborasi riset internasional, serta memastikan penerapan teknologi yang beretika merupakan langkah strategis yang penting untuk memajukan matematika dan mempersiapkan generasi masa depan dalam menghadapi perubahan zaman. Upaya ini akan memastikan bahwa matematika tidak hanya menjadi ilmu pengetahuan, tetapi juga kekuatan pendorong inovasi untuk dunia yang lebih baik.

Daftar Pustaka

Boaler, J. (2016). Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching. Jossey-Bass.

Deisenroth, M. P., Faisal, A. A., & Ong, C. S. (2020). Mathematics for *Machine Learning*. Cambridge University Press.

Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University Press.

O'Neil, C. (2016). Weapons of math destruction: How big data increases inequality and threatens democracy. Crown Publishing Group.

Provost, F., & Fawcett, T. (2013). Data Science for Business. O'Reilly Media.

Paar, C., & Pelzl, J. (2010). Understanding Cryptography: A Textbook for Students and Practitioners. Springer.

Silverman, J., & Van Langen, J. (2014). Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies. Information Science Reference.

Trilling, B., & Fadel, C. (2009). 21st Century Skills: Learning for Life in Our Times. Jossey-Bass.

OECD. (2012). Equity and Quality in Education: Supporting Disadvantaged Students and Schools. OECD Publishing.

Vespignani, A., et al. (2020). Modelling COVID-19. Nature Reviews Physics, 2, 279-281.

Profil Penulis

Hersiyati Palayukan

Lahir di Samarinda, 15 Oktober 1990. Penulis menempuh Pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Makale dan lulus pada tahun 2008. Penulis mulai mendalami ketertarikannya pada Bidang pendidikan matematika dengan menempuh Pendidikan Sarjana di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Kristen Indonesia Toraja (UKI Toraja) dan lulus pada tahun 2012. Pada tahun berikutnya Penulis melanjutkan studi di Pascasarjana Universitas Negeri Makassar (UNM) pada Program Studi Pendidikan Matematika dan lulus S2 pada tahun 2015. Selanjutnya penulis melanjutkan studi ke jenjang doktoral di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (UM) dan menyelesaikan studi S3 pada tahun 2022.

Penulis merupakan Dosen tetap dan saat ini aktif mengajar pada Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Kristen Indonesia Toraja. Sesuai Bidangnya, penulis aktif melakukan penelitian pada Bidang Pendidikan Matematika. Beberapa penelitian yang terfokus pada perangkat pembelajaran, aplikasi, dan proses berfikir sehubungan dengan matematika telah dipublikasi pada Jurnal ilmiah baik Nasional maupun Internasional.

Email Penulis: hersiyati@ukitoraja.ac.id

Indonesia menulis

1 PENGANTAR: MATEMATIKA DI DUNIA MODERN
Evy Lalan Langi'
2 DASAR-DASAR BERPIKIR MATEMATIS
Nor Amalliyah
3 MATEMATIKA DAN TEKNOLOGI
Wahyu Setiawan
4 BERPIKIR KRITIS DALAM MATEMATIKA
Suri Toding Lembang
5 KREATIVITAS DALAM PEMECAHAN PERMASALAHAN MATEMATIKA
Rizky Arief Shobirin
6 MATEMATIKA DALAM SAINS DAN TEKNIK
Farah Indrawati
7 MATEMATIKA DI DUNIA BISNIS DAN EKONOMI
Amika Sapan
8 MATEMATIKA DAN SENI
Riza Agustiani
9 MATEMATIKA DAN LINGKUNGAN
Yusem Ba'ru
10 MATEMATIKA DALAM DESAIN DAN KONSTRUKSI BANGUNAN: ESTIMASI WAKTU PEMANCANGAN
Hasan Marzuki
11 PERMODELAN MATEMATIKA DALAM PENELITIAN BIOLOGI DAN KEDOKTERAN
Anita Restu Puji Raharjeng
12 MATEMATIKA DAN ILMU SOSIAL
Fauziah Astuti
13 MATEMATIKA DALAM KEHIDUPAN SEHARI-HARI
Inelsi Palengka'
14 MENGAJARKAN MATEMATIKA DI ABAD 21
Diyah Sariana
15 MASA DEPAN MATEMATIKA
Hersiyati Palayukan

Editor:
Suci Haryanti

Untuk akses **Buku Digital,**
Scan **QR CODE**

Media Sains Indonesia

Media Sains Indonesia
Melong Asih Regency B.40, Cijerah
Kota Bandung - Jawa Barat
Email : penerbit@medsan.co.id
Website : www.medsan.co.id

IKAPI
IKATAN PENERBIT INDONESIA

GET IT ON Google Play

ISBN 978-623-512-257-1 (PDF)
9 786235 122571